FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XVIII

Palchetto

Num.° d' ordine 68

N.° 2

NAZIONALE
B. Prov.
11
364
VITT. EM. III

B.P. II 364 - 365

Digitized by Google

NOUVEAU
TRAITÉ GÉOMÉTRIQUE
DE
L'ARPENTAGE.

SBN
C09h07

NOUVEAU TRAITÉ GÉOMÉTRIQUE DE L'ARPENTAGE,

A l'usage des personnes qui se destinent à la mesure des terreins et à la levée des plans.

TOME PREMIER,

CONTENANT la Topographie, le Nivèlement, la division des Bois, et le moyen de surmonter les difficultés qui se présentent en opérant sur le terrein ;

NOUVELLE EDITION,

AUGMENTÉE d'un Appendice à l'usage de la Planchette, et de Tables pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

PAR A. LEFÈVRE,

Ingénieur-Géomètre en chef du département d'Ille et Vilaine, Membre de la Société des Sciences et Arts de Rennes.

Da veniam scriptis quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit.
OVID.

A PARIS,

Chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.

ANNÉE 1806.

Explication des Signes.

: est à.

:: comme.

+ plus.

— moins.

× multiplié par.

$\frac{A}{B}$ A divisé par B.

= égale.

A^2 quarré de A, ou seconde puissance de A.

$\sqrt{A}$, racine quarrée de A.

$(A+B)\times C$ ou $(A+B)C$, indique la multiplication de $A+B$ par C.

$(A+B).(B+C)$, indique aussi le produit de $A+B$ par $B+C$.

$A > B$. A plus grand que B.

$A < B$. A moindre que B.

° degré.

′ minute.

″ seconde.

sin. sinus.

cos. cosinus.

tang. tangente.

cot. cotangente.

L. ou log. logarithme.

comp. complément arithmétique.

Observation. Les numéros compris entre deux parenthèses, indiquent ceux de ce traité qu'il faut consulter ou se rappeler pour se rendre raison de l'opération qu'on a à faire.

AVIS.

Malgré les loix qui défendent la contrefaçon d'écrits en tout genre, il n'est cependant pas rare de voir des éditions furtives, qui sont ordinairement remplies de fautes; pour éviter que l'on ne m'impute les erreurs qui pourroient résulter des fausses éditions de cet Ouvrage, s'il arrivoit qu'on le contrefît, je préviens qu'il ne sortira aucun exemplaire qu'il ne soit revêtu de ma signature à la main.

PRÉFACE.

L'ARPENTAGE, cette science si nécessaire aux hommes réunis en société, n'est autre chose que l'art de mesurer et de représenter la surface et l'étendue des terreins avec précision; c'est l'application de la Géométrie au partage des propriétés territoriales, et à la fixation de leurs limites.

L'origine de cette science date de l'antiquité la plus reculée; dès que parmi les hommes la distinction du *tien* et du *mien* fut établie, on dut vouloir diviser les propriétés, et leur assigner des bornes. Bientôt aussi, la curiosité porta à chercher des méthodes sûres pour connoître les distances inaccessibles ou trop éloignées, comme la largeur des fleuves, des rivières, des bras de mer, la hauteur des montagnes, des tours, des édifices, &c. Euclide fut le premier qui rédigea et rassembla toutes les propositions, alors isolées, de la Géométrie élémentaire.

Quoique l'Arpentage soit simple dans

sa théorie, comme dans sa pratique, ce seroit une erreur de croire que cet art n'a besoin ni de principes particuliers, ni d'études approfondies. On ne peut l'exercer avec succès qu'après avoir étudié d'abord, dans de bons auteurs, l'Arithmétique et la Géométrie. L'arpenteur qui ne réunit pas les lumières de la théorie aux facilités que donne la pratique, manque de ressources dans les opérations difficiles ; il ignore si la route qu'il suit est la plus courte et la plus sûre, et sa marche est souvent incertaine ; à la moindre circonstance extraordinaire il s'expose à commettre des erreurs graves, et faute de principes, il peut donner lieu à des procès injustement entrepris, et porter un préjudice considérable à la fortune des familles.

Souvent même, il arrive qu'après avoir appris les principes de l'Arpentage dans beaucoup de livres de géométrie-pratique, on ne peut encore applanir les difficultés qui se présentent sur le terrein; non-seulement il en est beaucoup qui ne sont pas prévues, mais encore les solutions de celles qui se rencontrent éparses dans divers Traités de ce genre, ne se

trouvent réunies dans aucun de ces Traités, de sorte que pour connoître tous les obstacles et apprendre à les surmonter, il faudroit parcourir quantité d'auteurs.

Réunir dans un même foyer les lumières d'un grand nombre d'auteurs; les joindre aux notions acquises par plusieurs années de pratique; diminuer, autant qu'il est possible, l'aridité des études qu'exige un art utile, tel est le but que je me propose en publiant ce nouveau Traité.

Je me suis appliqué à résoudre la plupart des difficultés que rencontre souvent l'arpenteur, principalement dans les bois et sur les terreins difformes et aquatiques, et à donner la démonstration des règles qu'on employe dans ces différens cas.

J'ai divisé l'Ouvrage en cinq parties; la première contient l'exposition succincte du nouveau système métrique, les problêmes nécessaires pour opérer sur le papier, la description des principaux instrumens, comme la chaîne, l'équerre, le graphomètre, &c. Dans la seconde, je démontre l'usage de ces instrumens; la troisième enseigne l'art

de figurer sur le papier, et traite de la Géodésie; la quatrième contient la topographie, le nivèlement, &c.; la cinquième, enfin, indique les divers moyens de surmonter les difficultés que quantité d'incidens peuvent faire naître. Je suppose, d'ailleurs, le lecteur instruit des principes de la géométrie élémentaire et de la trigonométrie rectiligne, dont la démonstration seule formeroit un volume.

Si cet Ouvrage est favorablement accueilli, je le devrai en partie aux lumières et à la bienveillance des citoyens *Lacroix* et *Delambre*, ainsi qu'aux rectifications et suppressions qu'ont bien voulu m'indiquer ces deux Savans.

Mon intention, en me livrant à ce travail, a été d'épargner aux arpenteurs des recherches pénibles. Si j'ai réussi, je trouverai ma récompense dans la satisfaction d'avoir acquitté, selon mes moyens, le tribut que je dois à la Société.

TRAITÉ
DE
L'ARPENTAGE.

PREMIÈRE PARTIE.

Contenant l'exposition succincte des nouvelles mesures ; les problémes nécessaires pour travailler sur le papier ; les principes de la mesure des surfaces et de la résolution des triangles rectilignes ; enfin, la description des principaux instrumens.

CHAPITRE PREMIER.

Des Nouvelles Mesures.

1. Depuis long-temps les besoins du commerce et le desir si naturel de voir la justice présider à toutes ses transactions, avoient fait élever de toutes les parties de la France

de vives réclamations sur l'inégalité des poids et mesures. Ce vœu de la justice et de la raison a été accompli ; mais par une erreur naturelle à l'homme, les savans qui furent chargés de cette utile réforme, crurent intelligible pour tous une langue que l'étude seule leur a rendue familière, et par l'emploi de mots tirés du grec, ils rebutèrent la simplicité et l'orgueil même, qui souvent cache sa défaite sous un air de dédain, et par-là retardèrent de plusieurs années l'intelligence et l'adoption de leur système. Persuadés que le meilleur moyen de répandre l'instruction est de la mettre à la portée de tous, les consuls de la république, en conservant parmi les nouveaux termes ceux que l'usage a déjà rendus populaires, permettent par leur arrêté des 7 et 13 brumaire an 9, d'exprimer une partie des nouvelles mesures par des noms français qui y correspondent, et tout porte à croire qu'au moyen de cette utile modification, la France va jouir enfin d'une réforme depuis long-temps desirée par tous les hommes probes et éclairés.

2. Le principe de toutes les mesures est le *mètre ;* c'est la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre, qui répond,

suivant les mesures des citoyens *Delambre* et *Méchain*, à 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de lignes, ou $3^{pi},078444$ (anc. mesu.).

La chaîne d'arpenteur, composée de 10 mètres, s'appelle *décamètre*, ou *perche* (nouv. mesu.).

Cent *décamètres* font un *kilomètre*, ou un *mille* (nouv. mesu.).

Dix *kilomètres* font un *myriamètre*, ou une *lieue* (nouv. mesu.).

On divise le mètre en dix parties égales, qu'on appelle *décimètres* ou *palmes*.

Le décimètre se divise aussi en dix parties égales, qu'on nomme *centimètres*, ou *doigts*.

Le centimètre se divise encore en dix parties égales, qu'on appelle *millimètres* ou *traits*.

Ces divisions remplacent les divisions ordinaires des mesures.

Un *décamètre* quarré se nomme *are* ou *perche quarrée* (nouv. mesu.).

Cent *ares* quarrés font un *hectare*, ou un *arpent* (nouv. mesu.) : c'est presque le double de l'ancien arpent des eaux et forêts.

Rapport de quelques mesures anciennes avec les nouvelles.

Anciennes mesures de longueur.	Mètres.	Décam. ou perches.	Mètres.	Décim. ou palmes.	Centim. ou doigts.	Millim. ou traits.
	NOUVELLES DÉNOMINATIONS.					
La ligne vaut.....	0,002256 ou	»	»	»	»	2.
Le pouce.....	0,027062...	»	»	»	2.	7.
Le pied.....	0,324839...	»	»	3.	2.	5.
La toise.....	1,949034...	»	1.	9.	4.	9.
La perche de 17 pieds 5 pouces.....	5,6576.....	»	5.	6.	5.	8.
Id. de 18 pieds.....	5,8471.....	»	5.	8.	4.	7.
Id. de 18 pieds 4 pouc.	5,9554.....	»	5.	9.	5.	6.
Id. de 22 pieds.....	7,1465.....	»	7.	1.	4.	7.
Id. de 24 pieds.....	7,7961.....	»	7.	7.	9.	6.

Anciennes mesures agraires.	Perch. ou Décam. quarrés.	Mètres quarrés.
La perche quarrée de 17 pieds 5 p. vaut..	0,320995.....	32,0995.
Id. de 18 pieds	0,3418861.....	34,1886.
Id. de 18 pieds 4 p...	0,3546679	35,4668.
Id. de 22 pieds.....	0,510719.....	51,0719.
Id. de 24 pieds.....	0,607797.....	60,7797.

Au moyen de cette petite table, on pourra réduire quelques anciennes mesures aux nouvelles, en se rappelant les règles sur le calcul décimal que je suppose connu. Si l'on demande, par exemple, en mètres, la valeur de 38 toises 5 pieds (ancien. mesu.), ou de 233 pieds, on voit aisément qu'il ne s'agit que de multiplier la valeur du pied en mètre par 233, c'est-à-dire, multiplier 0,324839 par 233, ce qui donne 75,687487, ou simplement 75,69 ; qu'on prononce ainsi, 75 mètres 69 centimètres, ou doigts ; ou bien encore, 7 perches 5 mètres 6 palmes et 9 doigts.

Autre exemple. On demande combien 3 arpens 37 perches (des eaux et forêts), ou 337 perches, valent en nouvelles mesures ?

Multipliant 0,510719 par 337, le produit 172,112303 fait connoître que la réponse est 1 hectare 72 ares 11 centiares, ou 1 arpent 72 perches 11 mètres quarrés (nouv. mesu.), qu'on peut écrire ainsi, 1 arpent 72 perches 11 centièmes de perche.

3. Souvent un arpenteur sera obligé de réduire les anciennes mesures aux nouvelles, et il arrivera sans doute plusieurs fois qu'il

n'aura point de table sur lui, ou que la mesure qu'il faudra réduire ne se trouvera point dans la table qu'il aura entre les mains; alors il sera obligé de déterminer le rapport de la plus petite espèce de cette mesure au *mètre*, ce qui ramenera la règle au cas précédent.

Veut-on connoître, par exemple, ce que vaut, en mètres quarrés, une perche quarrée de 18 pieds (anc. mesu.)?

Puisque le mètre vaut $3^{pi},078444$ (2.) le pied vaudra $\frac{1}{3,078444} = 0^{m},324839$; donc le pied quarré vaudra ce nombre, multiplié par lui-même; c'est-à-dire, $0^{m},1055204$. Multipliant ce dernier nombre par le quarré de $18 = 324$, ou aura 34,188861 pour le rapport demandé, tel qu'il se trouve dans la table ci-dessus. Ainsi, si l'on veut réduire en nouvelles mesures, d'abord les dimensions, et ensuite la surface d'un arpent de 100 perches, chacune de 22 pieds (anc. mesu.); connoissant d'ailleurs que cette surface est produite par 20 perches de long sur 5 de large; voici comme on peut opérer : 20 perches de long font 440 pieds (anc. mesu.), qui valent en mètres 142,9292, et 5 perches (anc. mesu.) valent 35,7323; multipliant donc 142,93 par 35,73 en se bornant à deux

décimales, on trouve 51 ares 7 centiares, ou 51 perches 7 mètres quarrés, ou bien encore, 51 perches 7 centièmes de perche.

On trouveroit de même que 520 perches (anc. mesu. de Paris), valent 1 hectare 77 ares 78 centiares, ou 1 arpent 77 perches 78 centièmes de perche (nouv. mesu.), en multipliant 520 par 0,5418861.

On voit assez ce qu'il y auroit à faire si le pied qui compose l'ancienne perche n'étoit que de 11 ou de 10 pouces, comme il s'en trouve, par exemple, dans le Soissonnois, où la mesure de Saint-Médard-la-Potée n'avoit que 11 lignes au pouce.

Dans notre nouveau système, le cercle se trouve divisé en 400 parties égales, qu'on nomme *degrés*; ceux-ci en 100 parties aussi égales, qu'on appelle *minutes*; la minute vaut 100 *secondes*, &c. Il est bien évident que les *sinus*, *tangentes*, *sécantes*, &c. d'un nombre de degrés de cette nouvelle division, ne sont pas les mêmes que ceux d'un pareil nombre de degrés de l'ancienne division où le cercle étoit divisé en 360 degrés, et le degré en 60 minutes, &c. Il n'est pas moins évident que dans le nouveau système, les termes des mesures déjà connues,

ne correspondent plus à leur valeur ancienne ; ainsi, *arpent* exprime la valeur d'un hectare, qui équivaut à-peu-près à deux arpens des eaux et forêts ; *perche* exprime la valeur d'un décamètre (30 pieds 1 pouce environ) &c.

Le lecteur se rappellera que, conformément à l'arrêté des consuls du 13 brumaire an 9, le mot *mètre* est la seule dénomination de l'unité fondamentale du nouveau système ; mais qu'on peut dire indifféremment pour les mesures de longueur, *perche* ou *décamètre*, *palme* ou *décimètre*, *doigt* ou *centimètre*, *traits* ou *millimètres*, *&c.* ; et pour les mesures de superficies, *arpent* ou *hectare*, *perche* ou *are*, *mètre quarré* ou *centiare*, *&c.* Ainsi, dans le cours de cet Ouvrage, nous nous servirons indifféremment de l'une ou de l'autre de ces dénominations.

CHAPITRE II,

Où l'on donne les problémes nécessaires pour travailler sur le papier; les règles sur la mesure des surfaces, et la résolution des triangles rectilignes.

PROBLÊME PREMIER.

Elever une perpendiculaire sur le papier?

4. Dans la pratique, on se sert ordinairement d'une petite équerre de bois ou de cuivre (57) pour élever une perpendiculaire à une ligne donnée AF. Fig. 1.

Pour cela, couchez l'une des branches GB de l'équerre le long de la ligne donnée, de manière que l'extrémité G réponde au point sur lequel vous voulez faire tomber la perpendiculaire. Ensuite, si vous faites glisser une plume ou un crayon le long de l'autre branche GC, vous aurez la perpendiculaire demandée, que vous prolongerez vers E aussi loin que vous voudrez.

Si, par le même moyen, on veut mener

une parallèle à une ligne donnée AF, on élevera, comme tout-à-l'heure, une perpendiculaire GE à cette ligne ; puis on placera une des règles de l'équerre le long de cette perpendiculaire, et on tirera une ligne dans la direction de l'autre règle. Cette ligne sera parallèle à la donnée AF, car les deux angles GCD, CGF sont droits, puisque GC est perpendiculaire aux lignes CD et AF.

On peut élever une perpendiculaire sans le secours de l'équerre ; car si du point C, où doit être élevée une perpendiculaire à la
Fig. 2. ligne AB, on porte une même ouverture de compas de C en D et de C en E, et que des points D et E, avec des rayons égaux, on décrive des arcs qui se coupent en un point F, l'intersection de ces arcs sera un point de la perpendiculaire, par lequel on menera la droite CF.

Si le point d'où doit partir cette perpendi-
Fig. 3. culaire est à l'extrémité de la ligne AB, marquez, à volonté, un point E au-dessus de cette ligne. De ce point, et avec un rayon EB, décrivez l'arc indéfini dBc ; par le point D, où cet arc rencontrera la droite AB, et par le centre E, menez le diamètre DEC, qui déterminera sur l'arc dBc un

point *C*: la droite *CB*, qui joint ce point à l'extrémité *B* de la ligne *A B*, sera la perpendiculaire demandée, puisque l'angle *CBD* sera droit.

PROBLÊME DEUXIÈME.

Par un point donné hors d'une ligne droite BC, *mener une perpendiculaire à cette ligne ?*

5. Couchez une branche de l'équerre sur la ligne *B C* et faites-la glisser le long de cette ligne, jusqu'à ce que l'autre branche passe par le point donné *A*; la ligne que vous tracerez le long de cette dernière branche, sera la perpendiculaire demandée. Fig. 4.

S'il falloit mener par un point donné une parallèle à une ligne, on éleveroit d'abord à cette ligne une perpendiculaire sur laquelle on en meneroit une autre, qu'on feroit passer par le point donné (*voyez le n°. 13*).

On peut avoir la ligne *AE* sans le secours de l'équerre, en cette manière. Du point *A*, pris pour centre, et avec un rayon *AF*, pris à volonté, mais cependant plus grand que

la plus courte distance du point *A* à la droite proposée, décrivez un arc qui coupe la ligne *B C*, prolongée, s'il est nécessaire, en *F* et en *G*. De ces derniers points, pris pour centres, et avec le même rayon, décrivez deux arcs qui s'entrecoupent en un point *D*. Enfin, menez du point *A* par le point *D* une ligne droite *A D*, qui sera perpendiculaire sur *B C*; donc *A E* est la perpendiculaire demandée.

6. *Remarque.* Il arrive assez souvent qu'on est obligé de se servir plusieurs fois de la même ouverture de compas, après en avoir employé une ou plusieurs autres; alors, comme l'écart et le rapprochement des branches du compas, pour obtenir des ouvertures différentes, peuvent occasionner de petites erreurs, il seroit nécessaire que celui qui opère eût à sa disposition un nombre suffisant de compas, afin de ne point tomber dans ces petites erreurs presqu'inévitables, en élargissant ou resserrant les branches de son compas pour avoir toutes les ouvertures exigées pour la solution du problême.

PROBLÊME TROISIÈME.

Diviser une ligne droite AE *en parties égales?*

7. Tirez une droite indéfinie *AI*, faisant avec *AE* un angle quelconque *EAI*; prenez sur *AI* une partie *AF* d'une grandeur arbitraire, que vous porterez à la suite d'elle-même un nombre de fois égal à celui des parties dans lesquelles la droite donnée *AE* doit être divisée, par exemple, quatre fois. Joignez l'extrémité *I* de la dernière avec l'extrémité *E* de la ligne à diviser, et par les points de divisions *F*, *G* et *H*, menez, parallèlement à *EI*, les droites *FB*, *GC*, *HD*, qui couperont *AE* en quatre parties égales, car les parties *AB*, *BC*, *CD* et *DE* sont proportionnelles aux parties égales de la ligne *AI*. Fig. 5.

S'il falloit diviser une ligne, par exemple en quatre parties qui fussent entre elles comme les nombres 2, 3, 5 et 7; après avoir tiré une droite indéfinie *AI*, faisant avec la donnée *AE* un angle quelconque, on prendroit la somme de ces nombres, ce qui donneroit 17; on porteroit une même ouverture

de compas 17 fois de suite sur la ligne AI. Le point où se termineroit la dernière partie, seroit l'extrémité de cette ligne, et on acheveroit l'opération en menant des parallèles par les points de divisions 2, 5 et 10, à la droite EI.

Si ces rapports étoient donnés en lignes, on suivroit un procédé semblable; on mettroit ces lignes bout à bout, et avec la droite qui en résulteroit et celle donnée à diviser, on feroit un angle à volonté; on joindroit les extrémités de ces deux lignes par une droite à laquelle, par les points de jonctions des lignes données, on meneroit des parallèles qui diviseroient la droite proposée en parties proportionnelles aux lignes données.

Remarque. On abrège un peu cette méthode de diviser une ligne droite en parties égales ou proportionnelles, en opérant comme il suit : Par le point E menez une parallèle à la droite AI, et divisez-la de la même manière que cette dernière ligne, en commençant au point E; puis par les points de divisions correspondans de ces deux lignes, menez des droites qui couperont la ligne AE, comme ci-dessus, puisqu'elles seront toutes parallèles.

PROBLÈME QUATRIÈME.

Trouver une quatrième proportionnelle à trois lignes droites données A, B, C ?

8. Tirez deux lignes indéfinies DE, DF, faisant un angle quelconque ; prenez sur la première une distance DE, égale à la droite A, et une distance DG égale à C: puis, portez sur la seconde une distance DF égale à la troisième droite B, et joignez les points E et F ; enfin, menez GH parallèlement à EF, pour avoir DH quatrième proportionnelle qu'il falloit trouver. En effet, on a $DE : DF :: DG : DH$, ou $A : B :: C : DH$. Si les deux droites B et C étoient égales, la ligne DH seroit ce qu'on appelle *troisième proportionnelle:* dans ce cas le point F tomberoit en f, et la droite Gh, parallèle à Ef, détermineroit sur DF, la partie Dh égale à la troisième proportionnelle demandée, puisqu'on auroit $DE : Df :: DG : Dh$, ou $\div A : G : Dh$. Fig. 6.

PROBLÊME CINQUIÈME.

Trouver une moyenne proportionnelle entre deux lignes droites AB, AC?

Fig. 7. 9. Formez une ligne DE des deux droites données en les mettant bout à bout; du milieu o de cette ligne, décrivez une demi-circonférence DGE: puis, au point de jonction F des lignes données, élevez la perpendiculaire FG; cette perpendiculaire sera la moyenne proportionnelle demandée, car on a $DF : FG :: FG : EF$.

PROBLÊME SIXIÈME.

Transformer un triangle en un quarré de même surface ?

10. Pour résoudre cette question, il faut prendre une ligne moyenne proportionnelle entre la base et la moitié de la hauteur de ce triangle; car dans toute proportion géométrique continue, le produit des extrêmes est égal au quarré du terme moyen: *donc le produit de la base par la moitié de la hauteur sera égal au quarré de la moyenne proportionnelle.*

PROBLÈME SEPTIÈME.

Faire passer une circonférence par trois points donnés, pourvu que ces points ne soient point sur une même ligne droite ?

11. Soient les points A, B, C, par lesquels on veut faire passer une circonférence. Joignez les points A, B et ceux B, C, par les lignes AB, BC, et du milieu de chacune de ces lignes, élevez les perpendiculaires EO, DO; le point O, où ces perpendiculaires se couperont, sera le centre de la circonférence. Par conséquent, si du point O, comme centre, et d'une ouverture de compas, égale à l'un des rayons AO, BO, CO, on décrit une circonférence, elle passera nécessairement par les trois points donnés. Fig. 8.

PROBLÈME HUITIÈME.

Sur une ligne donnée AB; *faire un angle* BAC, *égal à un angle donné* bac? Fig. 9.

12. Du point a, comme centre, et d'une ouverture de compas à volonté, décrivez un arc de cercle df; puis du point A, avec la même ouverture de compas, décrivez un

autre arc indéfini DG; ensuite, prenez avec le compas la grandeur de la corde df, et portez-la de D en F.

Par le point A et le point F, menez la ligne AFC, qui fera avec AB, l'angle BAC égal à l'angle proposé.

Fig. 10. 13. Au moyen du dernier problême, on peut par un procédé fort simple, mener par un point donné A, une parallèle à la ligne BC.

Pour cela, tirez une ligne indéfinie AF; faites l'angle EAF égal à l'angle AGB, et menez AF, qui sera la parallèle demandée.

PROBLÊME NEUVIÈME.

Fig. 17. *Sur une ligne donnée* AB, *décrire un cercle tel que tous les angles, ayant leur sommet à sa circonférence, et s'appuyant sur la droite* AB, *soient égaux à un angle donné?*

14. Menez par le point A, une ligne AF qui fasse avec AB un angle BAF, égal au complément de l'angle donné; cette ligne coupera en O la perpendiculaire EO qu'on élevera sur le milieu de AB; en sorte que le point O sera le centre et AO le rayon.

D'après cette construction, il est bien évident que tout angle ACB qui aura son

sommet à la circonférence de ce cercle, sera égal à l'angle donné.

Ce problême est ordinairement exprimé en cette manière : *Sur une ligne donnée, décrire un segment de cercle capable d'un angle donné.*

PROBLÊME DIXIÈME.

Mesurer la grandeur d'un angle sur le papier? Fig. 35.

15. Appliquez la ligne du rapporteur (57) sur AB, de sorte que le centre du demi cercle se trouve précisément sur la pointe de l'angle A; le nombre des degrés qui se trouveront compris dans l'arc DE, sera la valeur de l'angle BAC.

On voit assez ce qu'il faudroit faire si l'on demandoit un angle d'un certain nombre de degrés, et qui eût pour sommet un point donné sur une ligne aussi donnée.

PROBLÈME ONZIÈME.

Fig. 11. *Décrire un triangle qui ait les côtés égaux aux lignes droites* A, B, C, *chacun à chacune ?*

16. Tirez DE égal à la ligne C; puis du point E, pris pour centre, et d'un rayon égal à la ligne A, décrivez un arc; ensuite, du point D, pris pour centre, et d'un rayon égal à la ligne B, décrivez nn autre arc, qui coupera le précédent en un point F; enfin, menez les droites DF, EF.

Remarquez que si la somme des deux plus petites lignes données étoit moindre que la plus grande ligne donnée, le problême seroit impossible.

PROBLÈME DOUZIÈME.

Fig. 9. *Diviser un angle quelconque* B A C *en deux parties égales ?*

17. Du sommet de l'angle A, comme centre, et d'un rayon à volonté, décrivez un arc DF; ensuite, des points D et F, pris successivement pour centres, et avec le même rayon, décrivez deux arcs qui se

coupent en un point *H*, par lequel vous menerez la ligne *AH* qui divisera l'angle donné en deux également.

PROBLÈME TREIZIÈME.

Sur une ligne droite donnée G H, *décrire une figure qui soit semblable à une autre figure donnée* A B C D E F ? Fig. 12.

18. Du point *A*, menez des diagonales aux angles *C, D, E*, et prenez sur le côté *AB*, prolongé, s'il est nécessaire, une partie *a b* égale à la ligne donnée ; sur le point *b*, menez *b c* parallèlement au côté *BC* ; par le point *c*, menez *c d* parallèlement à *CD* ; enfin, par le point *e*, menez *e f* parallèlement à *E F*, et vous aurez la figure *A b c d e f*, semblable à celle proposée.

PROBLÈME QUATORZIÈME.

Transformer un polygone quelconque en un autre qui ait un côté de moins, et qui lui soit égal ? Fig. 13.

19. Soit un pentagone *ABCDE* à réduire en un quadrilatère de même surface : joignez les deux angles *B* et *D* par une droite *BD*,

et par le sommet de l'angle C, menez CF parallèlement à BD ; ce qui vous donnera, sur la ligne AB prolongée, un point F que vous joindrez au point D, pour avoir le quadrilatère $AFDE$ égal au pentagone proposé.

En faisant une construction semblable à la précédente, on transformera le quadrilatère $AFDE$ en un triangle DGF de même surface ; et par une suite d'opérations semblables, on transformera un polygone quelconque en un triangle de même surface.

PROBLÈME QUINZIÈME.

Changer le triangle BAC *en un autre de même surface, et qui ait son sommet au point* D ?

20. Menez AL parallèle à BC, et joignez les points B et D par une droite ED. Du point E, où ces deux lignes se coupent, menez une droite EC, et vous aurez un triangle BCE égal au proposé. Menez DC, sa parallèle EF et la ligne DF ; alors le triangle BDF aura toutes les conditions requises.

Le problème n'eût pas été plus difficile à résoudre, s'il eût fallu trouver un triangle

qui eût été au triangle BAC dans une raison donnée, et qui eût eu son sommet en un point donné D.

Echelle des parties égales.

21. On nomme *échelle* une ou plusieurs lignes tirées sur du papier ou du carton, divisées en parties égales ou inégales. Ces échelles sont d'un grand secours lorsqu'on veut représenter en petit, et dans leur juste proportion, les dimensions que l'on a prises sur le terrein. Il y a plusieurs sortes d'échelles, mais celle dont on se sert communément pour les opérations de l'arpentage, se nomme *échelle des parties égales.* Voici la construction de cette échelle.

Comme la chaîne est divisée en parties décimales, il faut que les divisions de l'échelle soient aussi des parties décimales, afin de pouvoir prendre toutes les parties dont on a besoin. Cela posé, formez un quarré parfait $ABCD$; divisez tous ses côtés en dix parties égales; tirez par les points de divisions des lignes horizontales, que vous couperez par des transversales, dont la première partira du point A, et tombera sur le point de la première division de la ligne BC; la Fig. 15.

seconde, partira de la première division de la ligne *A D*, et tombera sur la seconde division de la ligne *B C*; ainsi des autres, jusqu'à la dernière, qui tombera au point *C*; enfin, prolongez les lignes horizontales, de droite à gauche, par exemple, de quatre ou cinq quarrés, qui vaudront 30 ou 40 perches.

Par ce moyen, le triangle rectangle *A Ba*, sera coupé en parties proportionnelles, dont la première vaudra *un dixième*; la seconde *deux dixièmes*. &c. On donne ordinairement 5 traits à chaque division *A 1* de l'échelle, et chacune de ces divisions représente une perche. Il faut éviter de faire des échelles au-dessous de 3 traits pour perche, parce qu'il n'est pas possible de faire des opérations exactes sur des plans ainsi réduits.

Avant l'adoption du nouveau système métrique, comme il se trouvoit des terres sujettes à différentes mesures, on étoit souvent obligé de faire plusieurs classes d'échelles sur un même plan. Voici comment on construisoit ces échelles.

Sur un plan rapporté à 22 pieds, on vouloit souvent faire une seconde échelle, afin d'y mesurer certaines parties dont la mesure étoit de 24 pieds pour perche. Le rapport de

la perche de 24 pieds à celle de 22, est évidemment $\frac{24}{22} = \frac{12}{11}$; c'est-à-dire, que 12 perches, prises sur l'échelle de 22 pieds, n'en font que 11, prises sur celle de 24. Si l'on divise 12 par 11, on aura une partie de l'échelle à 22 pieds, avec laquelle on pourra faire une échelle de longueur à volonté, comme ci-dessus.

De la mesure des surfaces.

22. Mesurer une surface, c'est déterminer combien de fois elle contient une autre surface connue.

Les mesures qu'on employe communément sont des quarrés, des parallélogrammes, des trapèzes et des triangles rectangles.

Quoique je suppose les principes de la géométrie connus, je vais néanmoins expliquer comment on mesure chacune de ces figures, en y appliquant la démonstration.

Les surfaces planes qu'on évalue, sont particulièrement celles des triangles et des quadrilatères; celles des autres polygones rectilignes, et enfin celles du cercle.

23. Un quadrilatère est une figure de quatre côtés. Un quadrilatère, dont deux

côtés seulement sont parallèles, se nomme *trapèze*; et les côtés parallèles s'appellent *bases du trapèze.*

On appelle *parallélogramme* un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. On distingue quatre sortes de parallélogrammes: le *rectangle* ou *quarré long*; le *quarré*; le *lozange* ou *rhombe*, et le *rhomboïde.*

Le *parallélogramme rectangle*, ou quarré long, est celui dont les quatre angles sont droits, mais dont les côtés contigus sont inégaux.

Le quarré est celui dont les quatre angles étant droits, les quatre côtés sont égaux.

Le *lozange* ou *rhombe*, est un parallélogramme dont les côtés sont égaux, mais dont les angles sont inégaux.

Le *rhomboïde* est celui dont les côtés contigus et les angles sont inégaux.

24. On appelle *hauteur d'un parallélogramme*, ou d'un *triangle*, la perpendiculaire abaissée du sommet d'un des angles, sur le côté opposé, prolongé s'il est nécessaire.

Le côté sur lequel tombe la perpendiculaire, s'appelle *base* du parallélogramme, ou du triangle. Il est aisé de voir que dans le rectangle, la hauteur se confond avec le côté.

La mesure d'une surface doit être une surface, comme la mesure des lignes est une ligne. Or, la surface dont nous avons l'idée la plus claire, est celle dont les quatre côtés sont égaux, et les quatre angles droits; donc la mesure naturelle des surfaces est le quarré.

25. *La surface d'un rectangle quelconque* ABCD, *est égale au produit de sa base par sa hauteur, selon l'expression abrégée des géomètres.* Fig. 16.

Supposons, par exemple, que le *mètre*, pris pour unité de mesure linéaire, soit contenu cinq fois dans la base BC du rectangle, et quatre fois dans sa hauteur AB; il est évident qu'en tirant parallèlement à la base BC, les lignes EF, GH, IK, on aura quatre tranches rectangulaires $ABFD$, $EGHF$, &c., et qu'en menant parallèlement à la hauteur AB, les lignes LM, NO, PQ, RS, chaque tranche rectangulaire sera partagée en autant de quarrés, d'un *mètre* chacun, qu'il y a de divisions dans la base BC; or, pour avoir le nombre des quarrés contenus dans le rectangle $ABCD$, il faut répéter le nombre des quarrés contenus dans une des tranches, autant de fois qu'il y a de tranches; c'est-

à-dire, un nombre de fois exprimé par les divisions de la hauteur AB; donc la surface cherchée contiendra 4 fois 5 *mètres* quarrés, ou 20 mètres quarrés: donc

$$ABCD = BC \times AB.$$

Fig. 17. Si le rectangle $ABCD$ est un quarré, c'est-à-dire, si la base BC est égale à la hauteur AB, l'expression $BC \times AB$ devient $AB \times AB$, en sorte que l'on a

$$ABCD = AB^2.$$

Fig. 18. 26. *La surface d'un parallélogramme quelconque est égale au produit de sa base par sa hauteur.*

Dans le parallélogramme $ABCD$, le rectangle $EDCF$ est égal au produit de sa base par sa hauteur; or, ce rectangle et le parallélogramme $ABCD$, ayant même hauteur et bases égales, sont égaux. En effet, le rectangle et le parallélogramme ont une partie commune $ADCF$, et le triangle BCF, reste du parallélogramme, est évidemment égal au triangle ADE, reste du rectangle; donc la surface du parallélogramme $ABCD$ est aussi égale au produit de sa base par sa hauteur, c'est-à-dire que $ABCD = DC \times FC$.

27. *Donc la surface d'un triangle quelconque* A B C, *est égale à la moitié du produit de sa base par sa hauteur ;* car le triangle *A B C* a la même base *B C*, et la même hauteur *A F*, que le parallélogramme *A B C D*. Or, un triangle quelconque est toujours la moitié d'un parallélogramme de même base et de même hauteur. En effet, si l'on tire une diagonale *A C* dans un parallélogramme, elle le partagera en deux triangles parfaitement égaux, puisqu'ils auront leurs trois côtés égaux chacun à chacun ; donc le triangle *A B C* est moitié du parallélogramme *A B C D*, dont la surface est $B C \times A F$: donc Fig. 19.

$$A B C = \frac{B C \times A F}{2}, \text{ ou } \frac{B C}{2} \times A F, .$$

ou enfin $$B C \times \frac{A F}{2}.$$

28. *La surface d'un trapèze quelconque* A B C D, *est égale au produit de la moitié de la somme de ses deux bases, par la distance de ces bases :* car, si l'on tire la diagonale *B D*, on partagera le trapèze en deux triangles *A B D*, *B D C*, dont la perpendiculaire *D E* sera la hauteur commune ; on Fig. 20.

aura donc

$$ABD = \frac{AB}{2} \times DE \text{ ou } BC;$$

$$BDC = \frac{DC}{2} \times BC \text{ ou } DE;$$

donc la surface du trapèze

$$ABCD = \frac{AB}{2} \times BC + \frac{DC}{2} \times BC$$

$$= \left(\frac{AB + DC}{2}\right) \times BC.$$

On peut aussi avoir la surface d'un trapèze quelconque, en multipliant une ligne tirée à distances égales des deux bases, par la distance de ces bases.

29. Pour avoir la surface d'un polygone rectiligne quelconque, on peut le diviser en triangles par des diagonales, ou par des lignes tirées d'un même point de chacun de ces angles, et prendre la surface de chacun de ces triangles. Il est évident qu'en réunissant tous ces produits, on aura la surface totale du polygone. Par ce moyen, une chaîne suffit pour avoir cette surface; car il ne s'agit que de mesurer les trois côtés de chaque triangle, et d'opérer d'après la règle du n°. 68, qu'on verra par la suite.

Dans la pratique, on suit une autre méthode, qui est plus simple; elle consiste à abaisser de chacun des angles, des perpendiculaires sur un côté que l'on prend pour base, ou sur une ligne quelconque, qui sert de base à toute l'opération, et à mesurer chacune de ces lignes, ainsi que leurs intervalles. Alors, la figure se trouve partagée en plusieurs parties, dont les deux extrêmes, tout au plus, sont des triangles, et les autres sont des trapèzes; les premières se calculent en multipliant la hauteur par la moitié de la base (27). A l'égard des trapèzes, on les calcule en multipliant la moitié de la somme des deux côtés parallèles, par la distance perpendiculaire de ces mêmes côtés (28). *Voyez le n°. 77 et suivans.*

30. *La surface d'un polygone régulier* ABCDEF, *èst égale à la moitié de son périmètre par la perpendiculaire tirée du centre sur un de ses côtés:* car si du centre *O*, on tire des rayons à tous les angles du polygone, ces rayons diviséront la figure en autant de triangles égaux qu'il y a de côtés dans ce polygone. Or, les perpendiculaires qui expriment la hauteur de chacun de ces triangles, sont évidemment égales, et Fig. 21.

peuvent conséquemment être représentées, chacune par la perpendiculaire Oi, tirée du centre sur le côté DC; donc la somme des surfaces de tous les triangles qui composent celle du polygone, est égale à

$$\left(\frac{AB+BC+CD+DE+EF+FA}{2}\right)\times Oi;$$

c'est-à-dire, à la moitié du contour du polygone par la perpendiculaire tirée du centre sur un des côtés.

31. *Donc la surface du cercle est égale au produit de la moitié de la circonférence par le rayon*; *ou, ce qui revient au même, au produit de la circonférence par la moitié du rayon*; car le cercle est un polygone régulier d'une infinité de côtés: or, il est clair que dans un tel polygone, la perpendiculaire tirée sur un des côtés, ne diffère pas du rayon.

32. *La surface d'une ellipse est égale à celle d'un cercle dont le diamètre est moyen proportionnel entre le grand et le petit axe de cette ellipse*; ainsi, une moyenne proportionnelle, prise entre les deux axes, sera le diamètre d'un cercle de même surface que l'ellipse. Donc, en prenant le produit de

de la circonférence de ce cercle, par la moitié du rayon : on aura, à très-peu près, la surface de ce cercle, et par conséquent, celle de l'ellipse proposée. Voici un moyen de décrire la circonférence d'une ellipse dont les axes sont égaux aux lignes droites *A* et *B*.

Tirez deux lignes droites *CD*, *EF* qui se coupent perpendiculairement; faites les parties *GC* et *GD* de l'une, égales chacune à la moitié de la ligne *A*, et les parties *GE*, *GF* de l'autre, égales aussi à la moitié de la ligne *B*. Menez la droite *CE*, et élevez à cette ligne une perpendiculaire *EN*. Prenez sur les deux axes les parties *EI*, *CH*, égales chacune, à la partie *GN*. Du point *H*, pris pour centre, et avec la même partie prise pour rayon, décrivez un arc indéfini *m Co*. Fig. 22.

Menez *IH*, et du milieu de cette ligne, élevez une perpendiculaire *kL*, que vous prolongerez jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe *EF*, ou son prolongement. Tirez la droite *L m*, et du point *L*, pris pour centre, et avec *LE* pour rayon, décrivez l'arc *E m*. La courbe *E mC*, que cet arc formera avec l'arc *mC*, sera le quart de la ligne elliptique demandée; par conséquent, si l'on décrit

ensuite les autres parties ED, FC, FD, on aura cette ligne entière.

Cette manière de décrire l'ellipse n'est pas bien géométrique, mais elle est suffisante dans la pratique.

Résolution des triangles rectilignes.

33. Pour déterminer les côtés et les angles d'un triangle rectiligne quelconque, il faut connoître les règles de la trigonométrie. Je ne me propose point de démontrer les principes de ces règles; je ne dirai rien, non plus, des tables des sinus, tangentes, &c. ni de leurs logarithmes, dont je me servirai pour résoudre les triangles. Ces tables doivent être entre les mains de ceux qui font les opérations dont il va être parlé (1); d'ailleurs, on a vu dans la préface que je supposois au lecteur une bonne théorie de

(1) Toutes les tables de logarithmes ne sont pas disposées de la même manière; mais pour l'instruction de ceux qui en font usage, l'explication de l'ordre dans lequel elles sont arrangées, se trouve en tête de chacune de ces tables. Je me servirai, pour résoudre les questions suivantes, de celles de *Callet*, qui sont très-commodes.

la géométrie et de la trigonométrie où toutes ces règles sont démontrées.

Des triangles rectangles.

PROBLÈME PREMIER.

Connoissant l'hypoténuse BC, *de* 487 *mètres, avec l'angle* B, *de* 43° 35′; *trouver, par exemple, le côté* A C ?

34. L'angle *B* étant de 43° 35′, l'angle *C*, qui en est le complément, sera de 56° 65′. Cela posé, on fera l'analogie suivante ; Fig. 25.

Le sinus total est au sinus de l'angle B, *comme l'hypoténuse est au côté* A C ; *ou bien* R : sin. B :: BC : A C ; d'où l'on tire

$$AC = \frac{BC \times \text{sin. } B}{R.};$$

ce qui donne, en prenant les logarithmes,

$$L.\,AC = L.\,BC + L.\text{ sin. } B - L.\,R.$$

Voici l'opération.

Log. BC = ...2.6875290.
Log. sin. B = ...9.7990122.

Log. AC.....2.4865412, qui, dans les tables, répond à 306^{m},578.

arithmétiques, et pour éviter de retrancher une dixaine à la caractéristique, je n'aurai pas égard au logarithme du rayon, lorsqu'il sera un des moyens de la proportion; mais quand ce rayon n'entrera pas dans la proportion, et qu'on se servira des complémens, il faudra nécessairement soustraire à la caractéristique une dixaine, ou la poser de moins.

Opération.

Log. $AB = 2.8095597.$
Comp^t. Arith. Log. $BC = 7.1249387.$

Log. sin. $C = 9.9344984$, qui répond, dans les tables, à 65° 90′ 73″. Si l'on retranche l'angle C, qu'on vient de trouver, de 100 degrés, on aura 34° 9′ 27″ pour la valeur de l'angle B.

Pour avoir le côté AC, on fera,

$$R : \text{sin. } B :: BC : AC;$$

ou par logarithmes,

L. sin. $B = 9.7078206.$
L. $BC = 2.8750613.$

L. $AC = 2.5828819$, qui répond, dans les tables, à 382^{m},72.

PROBLÈME TROISIÈME.

Connoissant un angle et le côté adjacent, ou opposé, par exemple, l'angle B *de* 40°, *et le côté* AB, *de* 584 *mètres ; trouver les deux autres côtés ?*

36. Puisque les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémens l'un de l'autre, si on retranche l'angle *B* de l'angle droit, on aura la valeur de l'angle *C*; par conséquent, le côté *A C* se trouvera par cette analogie ;

Le sinus C *est au sinus* B, *comme le côté* AB *est au côté* AC. On trouvera *B C* par cette autre proportion :

sin. *C* : *R* :: *A B* : *B C*.

Opérations.

L. *A B* = ... 2.7664128
L. sin. *B.* = ... 9.7692187
Comp^{t}. Arith. L. sin. *C* = 0.0920424

L. *A C* = 2.6276739,

qui répond, dans les tables, à 424^{m}·,3.

L. *A B* = ... 2.7664128
Comp^{t}. Arith. L. sin. *C* = 0.0920424

L. *B C* = 2.8584552,

qui, dans les tables, répond à 721^{m}·,864.

En prenant la ligne donnée AB pour rayon, on peut résoudre le même problème par cette proportion :

$$R : \text{tang. } B :: AB : AC ;$$

et par logarithmes,

L. AB = ... 2.7664128
L. tang. B = ... 9.8612611

L. AC ..... 2.6276739 = 424^{m},3.

PROBLÈME QUATRIÈME.

Connoissant les deux côtés de l'angle droit, l'un AB, *de* 895^{m}, *et l'autre* AC, *de* 769^{m}; *trouver les angles* C, B *et l'hypoténuse* BC?

37. Pour trouver l'angle B, faites cette proportion :

$AB : AC :: R : \text{tang. } B$; ou 895 : 769 :: R : $T.B$.

En opérant par logarithmes, on a

L. 769 = 2.8859263
Comp^{t}. Arith. L. 895 = 7.0481770

L. $T.B$ = 9.9341033 = 45° 18′ 86″.

L'angle B étant ainsi connu, son complément 54° 81′ 14″, sera la valeur de l'angle C.

Pour avoir l'hypoténuse BC, on fera cette analogie :

$$\text{sin. } B : R :: AC : BC;$$

ou bien,

$$\text{sin. } C : R :: AB : B.$$

En effectuant l'une ou l'autre de ces deux proportions, on trouvera que le côté BC vaut 1180^{m}.

Résolution des triangles obliquangles.

38. On pourra résoudre les triangles obliquangles ;

1°. Lorsqu'on connoîtra deux angles et un côté, puisqu'alors tous les angles seront connus, et que les côtés cherchés seront nécessairement opposés à deux de ces angles.

2°. Quand on connoîtra un angle et deux côtés, dont l'un soit opposé à l'angle donné.

3°. Lorsqu'on aura deux côtés et l'angle compris.

4°. Enfin, quand on connoîtra les trois côtés.

PROBLÈME PREMIER.

Connoissant le côté A B *d'un triangle obliquangle* A B C, *de* 2850^{m}, *avec les deux angles en* A *et en* B, *l'un de* 41° 15′, *et l'autre de* 55° 34′ ; *trouver les deux autres côtés* A C, B C, *opposés à ces angles ?*

39. La connoissance des angles A et B, fera trouver l'angle C, qui est le supplément de la somme des deux autres ; et pour avoir le côté BC, on fera cette proportion : Fig. 24.

$$\text{sin. } C : \text{sin. } A :: AB : BC.$$

ou

$$\text{sin. } 103° 51′ : \text{sin. } 41° 15′ :: 2850 : BC;$$

et par logarithmes,

L. 2850 = 3.4548449
L. sin. 41° 15′ = 9.7798149
Compt. Arith. L. sin. 103° 51′ = 0.0006604
L. BC = 3.2353202 = 1719^{m},18.

Pour trouver le côté AC, on fera cette proportion :

$$\text{sin. } 103° 51′ : \text{sin. } 55° 34′ :: 2850 : AC;$$

d'où l'on tire, en opérant comme ci-dessus,

AC = 2180^{m},032.

PROBLÈME DEUXIÈME.

Connoissant dans le triangle A B C, *les deux côtés* A C *et* B C, *avec l'un des angles opposé à l'un de ces côtés; trouver toutes les autres parties du triangle?*

40. Soit l'angle A observé de 47° 35′, le côté AC de 2340^{m}. et le côté BC de 2486^{m}.; on déterminera l'angle B par cette proportion :

$$BC : AC :: \text{sin. } A : \text{sin. } B ;$$

ou

$$2486 : 2340 :: \text{sin. } 47° 35′ : \text{sin. } B ;$$

et par logarithmes,

L. 2340 = 3.3692159
L. sin. 47° 35 = 9.8306327
Compt. Arith. L. sin. 2486 = 6.6044989
L. sin. B = 9.8043475 = 45° 99′ 2″.

Donc, l'angle C, que l'on trouve en retranchant la somme des angles B et C de deux angles droits, est dans cette supposition, de 108° 65′ 98″. Avec cet angle, on calculera le côté AB par l'analogie ordinaire, et l'on trouvera que ce côté vaut 3637^{m}.,75.

Remarquez que le sinus de l'angle inconnu B, peut appartenir à un angle aigu ou à un angle obtus qui seroit son supplément; car, en décrivant du sommet C, comme centre, un arc de cercle qui coupe le côté AB en F, on fera un autre triangle ACF, qui aura précisément les mêmes données que le triangle ABC.

On voit donc que si l'espèce de l'angle inconnu n'est pas déterminée, cette question sera susceptible de deux solutions.

Dans la pratique, on se trouve rarement obligé d'avoir recours à ce problême; d'ailleurs, les opérations que l'on a faites sur le terrein, font toujours connoître si cet angle est aigu ou obtus; car lorsque l'angle connu est obtus, ou lorsque le côté qui est opposé à l'angle dont on cherche la valeur, est plus petit que le côté opposé à l'angle connu, l'angle cherché est toujours nécessairement aigu.

PROBLÈME TROISIÈME.

Connoissant dans un triangle quelconque ABC, *deux côtés* AB, AC, *et l'angle* A *compris entre ces côtés; trouver chacun des deux autres angles et le troisième côté ?*

Fig. 25. 41. Pour résoudre ce problême, on peut faire cette analogie ; *le rayon est à l'un des côtés donnés* AC, *comme le cosinus de l'angle donné, est au segment* AD. Si l'on retranche ce segment AD du côté connu AB, on aura l'autre segment BD, et la connoissance de ces segmens, fera trouver l'angle BCD; car on aura cette proportion :

$$AD : BD :: \text{tang. } ACD : \text{tang. } BCD.$$

Ajoutant cet angle BCD à l'angle ACD, qu'on connoît par le complément de l'angle donné A, on aura l'angle total ACB: on trouvera la valeur du troisième angle B, en prenant la différence des angles A et C à deux angles droits ; et en faisant l'analogie ordinaire, on aura le troisième côté BC.

On peut aussi résoudre ce problême par la règle suivante, qui est plus expéditive que la précédente, en ce qu'elle fait trouver

les deux angles inconnus par une seule analogie ;

La somme des deux côtés est à leur différence, comme la tangente de la demi-somme des angles opposés à ces côtés, est à la tangente de leur demi-différence.

Si l'on se rappelle ce lemme, *connoissant la somme et la différence des deux quantités quelconques, on trouvera la plus grande en ajoutant la moitié de la somme à la moitié de la différence, et la plus petite en ôtant la moitié de la différence de la moitié de la somme*, on résoudra la question sans difficulté, au moyen de cette dernière solution. Appliquons ces deux procédés à un exemple.

Supposons que l'angle A soit de 47° 15′; le côté AB de 2586^{m}, et le côté AC de 2354, et qu'il faille trouver les angles B et C, avec le côté opposé à l'angle donné A.

Si l'on se sert de la première analogie, on supposera une perpendiculaire CD abaissée de l'un des angles inconnus, comme C, et on déterminera le segment AD par cette proportion :

$$R : AC :: \text{cosin.}\, A : AD ;$$

ou

$$R : 2354 :: \text{cosin.}\, 47° 15' : AD.$$

et par logarithmes,

Log. cosin. 47° 15′ = 9.8680818
Log. 2354..... = 3.3718065

Log. AD..... = 3.2398883 = 1737^{m},35 ;

donc, le segment BD sera de 848,65. Pour avoir ensuite l'angle BCD, on fera cette autre proportion :

$$AD : BD :: \text{tang. } 52° 85′ : \text{tang. } BCD,$$

et par logarithmes,

Log. tang. 52° 85′ = 10.0389368
Log. 848,65 ... = 2.9287286
Comp^{t}. Arith. Log. 1737,35 = 6.7601117

Log. tang. BCD = 9.7277771 = 31°23′90″;

Donc, l'angle total ACB sera de

$$52° 85′ + 31° 23′ 90″ = 84° 8′ 90″;$$

et l'angle B de 68° 76′ 10″.

Lorsqu'on connoîtra ainsi les angles de ce triangle, on déterminera la valeur du côté BC, par l'analogie ordinaire.

Pour résoudre la même question par la seconde méthode, on fera cette proportion :

$$AB + AC : AB - AC :: \text{tang. } \frac{C+B}{2} : \text{tang. } \frac{C-B}{2},$$

ou

$$4940 : 232 :: \text{tang } 76^\circ\, 42' \tfrac{1}{2} : \text{tang } \frac{C-B}{2},$$

et par logarithmes,

Log. tang. $76^\circ\, 42' \tfrac{1}{2}$... $= 10.4109155$
Log. 232 ..... $= 2.3654880$
Compt. Arith. Log. 4940 $= 6.3062731$
Log. tang. $\frac{C-B}{2}$ .... $= 9.0826766 = 7^\circ\, 66'\, 40''$;

Donc,

$$\frac{C+B}{2} + \frac{C-B}{2} = C = 84^\circ\, 8'\, 90'',$$

et

$$\frac{C+B}{2} - \frac{(C-B)}{2} = B = 68^\circ\, 76'\, 10'',$$

comme ci-dessus.

On trouvera le côté BC, comme dans les exemples précédens.

PROBLÈME QUATRIÈME.

Connoissant les trois côtés d'un triangle ABC, *trouver les angles ?*

Fig. 26. 42. Il est démontré que dans tout triangle rectiligne, si d'un angle quelconque A, on abaisse une perpendiculaire AD sur le côté opposé, prolongé, s'il est nécessaire, on aura toujours cette proportion : *Le côté* BC *sur lequel, ou sur le prolongement duquel, tombe la perpendiculaire, est à la somme* AB + AC *des deux autres côtés, comme la différence* AB — AC *des mêmes côtés, est à la différence ou à la somme des segmens* BD, DC; *savoir, la différence lorsque la perpendiculaire tombe en dedans du triangle, et la somme quand elle tombe au-dehors.*

Si donc, les trois côtés BC, AB, AC du triangle ABC, sont respectivement de $5800^{m.}$, $4760^{m.}$ et $4230^{m.}$, on aura la proportion suivante pour déterminer la différence des segmens BD, DC;

$BC : AB + AC :: AB - AC : BD - DC$;

ou

$5800 : 8990 :: 530 : BD - DC = 821,5.$

Donc

Donc, le plus grand segment BD sera

$$\frac{5800+821,5}{2} = 3310,75,$$

et le plus petit segment DC sera

$$\frac{5800-821,5}{2} = 2489,25.$$

Cela posé, pour avoir l'angle B, on fera cette proportion :

$$AB : BD :: R : \text{cosin. } B;$$

ou

$$4760 : 3510,75 :: R : \text{cosin. } B;$$

et par logarithmes,

Log. 3310,75 = 3.5199264
Comp^t. Arith. Log. 4760 = 6.3223930

Log. cos. B = 9.8423194 = 48° 96′ 65″

donc, l'angle B = 51° 3′ 35″. En opérant de la même manière, on trouvera l'angle C de 59° 94′ 57″, et en retranchant la somme des deux angles, B et C, qu'on vient de trouver, de 200 degrés, on aura la valeur de l'angle A, lequel est dans les suppositions actuelles de 89° 2′ 8″.

On peut encore trouver un angle d'un triangle, lorsque les trois côtés sont connus, par cette autre règle :

De la demi-somme des trois côtés, retranchez successivement chacun de ceux qui comprennent l'angle cherché; multipliez le produit des deux restes par le quarré du rayon; divisez le nouveau produit par celui des côtés qui comprennent l'angle cherché, et prenant la racine quarrée du quotient, vous aurez le sinus de la moitié de cet angle; ce qui, en employant les logarithmes, se réduit à ce procédé : *Ajoutez ensemble les logarithmes des deux restes et les complémens arithmétiques des logarithmes des deux côtés qui renferment l'angle cherché; la moitié de cette somme, sera le logarithme du sinus de la moitié de l'angle demandé.*

En effet, on ne doit rien changer à la caractéristique de cette somme, parce que le logarithme du quarré du rayon, qui devroit y entrer, n'y étant point, la soustraction des deux dixaines, pour les deux complémens arithmétiques, se trouve toute faite.

Appliquons tout ceci à un exemple.

Pour trouver l'angle A de la dernière figure, ajoutez les trois côtés BC, AB, AC; et de la moitié de la somme, retranchez successivement AB et AC, ce qui vous don-

nera les deux restes 2365 et 3165, avec lesquels vous opérerez comme il suit :

Log. 3165 =	3.5003737
Log. 2635 =	3.4207806
Compt. Arith. Log. 4760 =	6.3223930
Compt. Arith. Log. 4230 =	6.3736596
Somme...	19.6172069,

dont la moitié, ou log. sin. $\frac{1}{2}A$ = 9.8086035, qui dans les tables, répond à $44°51'4'' = \frac{1}{2}A$; donc, l'angle $A = 89°2'8''$, comme ci-dessus.

CHAPITRE III.

CONTENANT la description des principaux instrumens nécessaires aux arpenteurs.

43. LORSQU'IL faut opérer sur le terrein, on est obligé de se servir de différens instrumens, tels que des piquets ou jalons, pour déterminer les alignemens qu'on veut prendre; une chaîne et des fiches pour mesurer les longueurs; une équerre et son bâton pour les opérations où il n'est nécessaire que d'avoir des perpendiculaires; un graphomètre, pour mesurer la grandeur des angles (voyez la note de la page 66). L'arpenteur doit aussi avoir une boussole et une planchette pour les opérations qui ne demandent pas une grande précision; enfin, il doit être muni d'un étui de mathématiques :

Voici la description de chacun de ces instrumens.

Des Piquets ou Jalons.

44. Les premiers instrumens sont des jalons, parce que la première pratique est de

mener une ligne droite. Ces jalons doivent avoir à-peu-près un mètre et demi de long, et environ cinq doigts de circonférence. Ils doivent être ferrés en pointe par le bas, pour qu'on puisse les planter en terre, et fendus par le haut pour recevoir un morceau de papier de la grandeur d'une carte. Lorsque l'on opère dans les bois, on peut en faire à la serpe, au fur et à mesure que l'on travaille.

Des Fiches.

45. Les fiches sont de petits piquets de la grosseur d'environ cinq doigts de circonférence, et de la hauteur de cinq palmes à-peu-près. Ils doivent être faits au tour, arrondis par le haut, et ferrés en pointe par le bas.

Ces piquets peuvent être de fil de fer, de la grosseur d'environ un demi-doigt de diamètre : on en prend ordinairement *dix* pour porter la chaîne.

De la Chaîne.

46. Il n'y a plus dans toute l'étendue de la France qu'une seule chaîne, qu'on a fixée à un décamètre de longueur. Elle est divisée

de mètre en mètre, par des anneaux de cuivre ; celui du milieu doit être un peu plus grand que les autres, pour qu'on puisse compter plus facilement ; chaque mètre est encore divisé en deux parties égales par des anneaux un peu plus petits : par ce moyen la chaîne se trouve divisée de cinq en cinq doigts, ou de cinq en cinq centièmes de décamètre. Il y a à chaque bout, un anneau assez grand pour y passer deux ou trois doigts ; ces anneaux font partie de la longueur de la chaîne.

Lorsqu'on a l'habitude de mesurer, on estime avec assez de précision les parties qui se trouvent entre les divisions de la chaîne. Il y a des chaînes qui sont composées de petits anneaux de fer qui passent les uns dans les autres (1) ; il y en a d'autres qui sont faites
Fig. 27. de fil de fer, qui ont chacun un demi-mètre de long. Les premières sont plus commodes à porter, mais les dernières sont plus justes. Cette dernière chaîne est aussi commode,

(1) Ces chaînes, qui servent aux tourne-broches, doivent être réformées ; car la multiplicité des petits anneaux dont elles sont composées, produit un alongement considérable dans la pratique, quand le fil de fer est mince.

en ce que le fil de fer étant d'un demi-mètre, y compris les anneaux, la division de cinq en cinq centièmes de perche, se trouve toute faite ; ainsi, on doit la préférer à la première.

Il y a des arpenteurs qui se servent d'un compas de bois, qui est ordinairement le quart de la chaîne ; je préférerois encore la première chaîne à ce dernier instrument ; car ses pointes entrant plus ou moins en terre, il en résulte nécessairement une différence qui est d'autant plus grande, qu'il n'est pas facile de le mener en ligne droite.

Vérification de la Chaîne.

47. Pour vérifier la chaîne, mesurez sur un mur bien plan, une ligne droite de niveau, de la longueur d'un décamètre ; ensuite, tendez la chaîne sur cette distance, et voyez si elle s'y rapporte exactement. S'il en est autrement, on l'alongera ou raccourcira jusqu'à ce qu'elle soit bien juste.

Lorsqu'on se sert d'une chaîne à tourne-broches, cette vérification doit être faite avant de commencer à mesurer, et même dans le cours des opérations.

De l'Equerre et de son bâton.

48. Dans les opérations où il n'est nécessaire que d'avoir des perpendiculaires, on se
Fig. 28. sert d'une *équerre* composée d'un cercle de cuivre, évidé pour le rendre plus léger, divisé en quatre parties égales par deux lignes droites qui se coupent au centre, à angles droits; à chacune de quatre extrémités de ces lignes, est attachée solidement une forte pinule fendue perpendiculairement sur ces lignes, afin de pouvoir plonger le rayon visuel. Au bas de chaque pinule est ordinairement un petit trou pour mieux distinguer les objets éloignés. Au-dessous, et au centre de l'instrument, se doit monter à vis une virole qui sert à soutenir l'équerre sur son pied qu'on proportionne à la hauteur de l'œil de l'observateur. Ce bâton doit être ferré par le bout qui entre en terre, et arrondi par le haut, pour que la virole y reste juste. Il doit aussi être divisé de manière à ce qu'on puisse vérifier la chaîne toutes les fois qu'on le desirera, et qu'on ne pourra se servir de la pratique du n°. précédent.

Lorsqu'on opère dans des endroits garnis

de roches, ce bâton devient inutile; alors, on est obligé de se servir d'un autre, qu'on appelle *trépied*, et dont la description est à l'article *graphomètre*.

Depuis quelque temps on se sert plus souvent d'une équerre, que l'on nomme *octogone*; au lieu de pinules, il y a quatre fentes perpendiculaires qui servent aux mêmes usages, ce qui la rend évidemment plus commode et moins sujette à se déranger que la première. Souvent on partage encore l'angle droit en deux, également, afin de pouvoir prendre les angles de 50 degrés; et pour ne point se tromper, on fait ordinairement un petit trou au haut de chaque fente destinée à élever les perpendiculaires.

Vérification de l'Equerre.

49. Pour vérifier si votre équerre est bonne, faites planter deux piquets D et E, le plus loin de vous possible, dans l'alignement des deux rayons visuels GAB, FAC. Fig. 29. Tournez ensuite votre équerre de manière qu'en regardant par le rayon visuel FAC, vous apperceviez le jalon E, et voyez si le rayon GAB répond exactement sur le

jalon *D*. Si ces deux jalons s'apperçoivent en tournant ainsi l'équerre sur ses quatre côtés, on pourra conclure qu'elle est bonne, et que les opérations que l'on fera avec elle seront exactes.

Du Graphomètre.

Fig. 50. 50. Le graphomètre est un instrument de laiton, composé d'un demi-cercle *ADB*, de deux règles *AB*, *CD*, et d'un genou, qui sert à poser cet instrument sur son pied, dans telle situation que l'on veut. Ce demi-cercle est exactement divisé en 200 degrés, que l'on marque sur l'une de ses faces, en allant de droite à gauche, et réciproquement. La règle *AB* qui est *immobile*, est le *diamètre* de ce cercle, et l'autre, qui est *mobile*, se nomme *alidade ;* cette alidade tourne sur le centre de cet instrument pour montrer les degrés des angles avec lesquels on détermine les distances, les hauteurs, &c. Chacune des règles *AB*, *CD*, a à son extrémité une petite platine de laiton qui est perpendiculaire à son plan; au milieu de ces platines, il y a une fente très-étroite pour diriger le rayon visuel. Ces fentes sont appelées *pinules*.

Il y a encore aux platines opposées, une autre ouverture qui a la figure d'un rectangle, et à laquelle on donne le nom de *fenêtre*. Ces fenêtres sont disposées de manière que l'une se trouve au-dessus de la pinule et l'autre au-dessous, et elles sont divisées chacune verticalement en deux parties égales, par une lame de laiton très-mince, ou par un fil de soie bien fin.

Au centre du graphomètre, il y a une *boussole* divisée en 400 degrés, du même sens que le graphomètre. Cette boussole, qui est attachée à vis pour qu'on puisse l'ôter et la remettre à volonté, sert à donner la position du lieu où l'on opère, et des objets auxquels on vise, relativement au *nord* et au *midi*, à l'*orient* et à l'*occident*.

Lorsqu'on doit observer des objets fort éloignés, le graphomètre à pinules dont on vient de parler, ne peut plus servir; alors, on se sert d'un graphomètre à *lunettes*. Pour que les lunettes soient bien placées, l'une au-dessus et l'autre au-dessous du plan gradué du graphomètre, il faut que dans chaque lunette, la ligne droite menée par le centre des objectifs et des oculaires, soit parallèle au plan du graphomètre, et que ces deux

lignes droites se croisent dans une perpendiculaire élevée sur le centre du même graphomètre.

Lorsque l'opération que l'on fait est de quelqu'importance, on opère avec un graphomètre garni de vis, qui servent aux petits mouvemens, ce qui donne la facilité de mettre, avec toute l'exactitude possible, le plan de l'instrument dans l'inclinaison desirée, et l'alidade dans la direction de l'objet qu'on veut mirer au travers des pinules. Il ne faut pas non plus opérer avec un graphomètre, dont le diamètre soit au-dessous de trois *palmes :* ceux dont on se sert ordinairement, sont de 30 à 35 *doigts.*

Autrefois, on traçoit sur le limbe de l'instrument des circonférences concentriques, coupées transversalement par des lignes qui alloient aboutir, de chaque degré du cercle intérieur, au degré du cercle extérieur ; ces circonférences servoient à estimer les degrés de 10 en 10 minutes; mais comme cette méthode n'étoit pas exacte, on l'a abandonnée pour en suivre une bien plus ingénieuse, dont on attribue l'invention à *Nonius* (ou *Nunez*) : voici en quoi elle consiste.

Fig 31. Il y a sur le limbe de l'alidade mobile, un

arc de cercle concentrique à la circonférence extérieure du limbe de l'instrument. L'espace d'un certain nombre de degrés pris sur la circonférence du graphomètre, est porté sur l'arc de l'alidade; on divise cet arc en un autre nombre de parties égales entr'elles, mais plus grand d'une unité. Par exemple, si l'arc pris sur l'instrument est de 19°, on le divisera en 20 parties égales sur l'alidade: par conséquent, une division du *nonius* vaudra les dix-neuf vingtièmes d'un degré, ou 95 minutes; c'est-à-dire, que *a b* sera de 5 minutes, *c d* de 10, *e f* de 15, et ainsi de suite, jusqu'à la vingtième et dernière division du nonius. Il faudra donc pousser l'alidade de 5 minutes, pour faire coïncider la première division du *nonius* avec une des divisions du *limbe;* de même, en la poussant de 10 minutes, il faudra regarder la seconde division de l'alidade, et ce sera celle qui coïncidera avec une division du limbe, et réciproquement, quand la seconde division de l'alidade se rapportera avec une division du limbe, on comptera 10 minutes en sus du nombre de degrés marqués sur le limbe, entre l'objet qu'on observe et la ligne *de foi;* ainsi des autres. Fig. 31.

Si l'on prenoit l'espace de 24 degrés sur le limbe, et qu'on les divisât sur l'alidade en 25 autres parties égales, chacune seroit de 96 minutes, ce qui donneroit les divisions de 4 en 4 minutes. Si l'instrument étoit divisé en demi-degrés, comme il y en a beaucoup, on auroit les degrés de deux en deux minutes, ce qui est suffisant pour les usages ordinaires.

51. Pour mesurer un angle observé, on examinera s'il y a sur le limbe et sur le bord de l'alidade, deux divisions qui s'accordent parfaitement, et partant de cette division pour revenir vers le rayon visuel des pinules, ou de l'axe de la lunette, on comptera toutes les divisions intermédiaires, et l'on prendra autant de fois 5 minutes qu'il y aura de pareilles divisions, si le nonius donne les minutes de 5 en 5; ou bien, autant de fois 4 minutes, si le nonius donne les minutes de 4 en 4; ou bien encore, autant de fois 2 minutes, si la division donne les minutes de 2 en 2. Si l'on ajoute le nombre de minutes au nombre de degrés marqués sur le bord de l'instrument, on aura l'angle avec toute la précision dont l'instrument est susceptible.

Il peut arriver, et cela arrivera souvent, que l'on ne trouve point de divisions qui se rapportent exactement, alors, on s'arrêtera à celles qui approchent le plus de tomber l'une sur l'autre, et on estimera le mieux possible, l'excès ou le défaut, en comptant, d'ailleurs, comme ci-dessus. L'usage fait faire cette estimation avec autant de précision qu'on peut communément en espérer dans la pratique de l'arpentage. Par exemple, si, en pointant un objet, le rayon visuel de l'alidade répond au-delà de 39 degrés sur le limbe, et que ce soit le 49e degré du limbe qui réponde exactement avec une division de l'alidade, on comptera en retournant vers ce rayon visuel, qu'on appelle plus communément *ligne de mire ;* trouvant qu'il y a 10 divisions sur l'alidade, on comptera 50 minutes, si le nonius donne les divisions de 5 en 5 minutes, de sorte que l'angle observé sera de 39° 50′. Si la division se fût trouvée un peu au-dessus ou au-dessous de la division du limbe, par rapport à la ligne de mire de l'alidade, on eût ajouté ou retranché à-peu-près deux minutes. Il en seroit de même si le nonius donnoit les divisions de 2 en 2 minutes.

Si le graphomètre est garni d'une vis de rappel, on s'en servira pour serrer l'instrument et faire mouvoir l'alidade jusqu'à ce qu'on trouve l'objet dont on a besoin. Dans les graphomètres à lunettes, est attaché à celle de dessous un petit quarré dans lequel on met une clef, qu'on tourne, dans le cas où les fils de soie des lunettes ne se correspondent pas, jusqu'à ce que ces mêmes fils de soie ne fasse qu'une même ligne droite.

Enfin, dans le dessous du demi-cercle du graphomètre, il doit y avoir une ligne à-plomb, tracée perpendiculairement à son diamètre, pour prendre les angles verticaux et servir de niveau dans les opérations de petites étendues.

Pied du Graphomètre.

Fig. 30. 52. Le pied sur lequel on pose le graphomètre est composé de quatre morceaux de bois; l'un EF, qu'on appelle *tige*, entre par son bout E dans la virole qui tient au genou du graphomètre, et les trois autres FG, FH, FI sont attachés à l'autre bout F de la tige par le moyen d'une vis et d'un écrou, de manière qu'on peut les approcher ou

ou les éloigner les uns des autres, suivant l'égalité ou l'inégalité du terrein sur lequel on est obligé de les placer, et la hauteur à laquelle on veut mettre le graphomètre. Ces morceaux de bois, dont la longueur doit être d'environ 12 à 13 palmes, sont armés d'une pointe de fer à chacune de leurs extrémités *G*, *H* et *I*, afin qu'ils ne glissent point.

Vérification du Graphomètre.

53. On peut vérifier un graphomètre en observant séparément chacun des trois angles de plusieurs triangles (99), car si les angles sont bien pris, et si l'instrument est bon, on doit trouver très-près de deux angles droits, puisque la somme des trois angles de tout triangle rectiligne, vaut 200 degrés; on peut aussi le vérifier en choisissant une plaine environnée de beaucoup d'objets, et dirigeant des rayons visuels sur chacun, en observant les angles deux à deux, en tournant toujours dans un même sens, jusqu'à ce que l'on soit arrivé à l'objet dont on est parti. Si l'instrument étoit bien exact, et que l'on pût observer chaque angle avec une précision géométrique, la somme de tous ces angles devroit faire 400 degrés, puisque

tous les angles formés autour d'un point, valent toujours quatre angles droits; mais comme cette rigueur ne peut avoir lieu, soit à cause de l'imperfection de notre vue, soit parce que les divisions de l'instrument sont trop petites, lorsque la différence ne se trouvera que de quelques minutes pour un graphomètre de 3 à 4 palmes de diamètre, on conclura que l'instrument est suffisamment bon. On fera bien de répéter cette opération plusieurs fois, parce qu'il arrive souvent que le hasard fait naître des compensations qui feroient croire l'instrument bon, tandis qu'il seroit mauvais.

Il faut encore vérifier le graphomètre quant à la position des alidades, en dirigeant la *mobile* sur le même point que la *fixe*, pour voir si ces alidades conviennent parfaitement; ce qui arrivera rarement, car il se trouve presque toujours une petite erreur, que l'on nomme *parallélisme*, et à laquelle il faut avoir égard (si elle en mérite la peine), lorsqu'on observe la valeur des angles (1).

(1) Le cercle entier de *Borda*, instrument nouvellement imaginé, seroit plus portatif, plus commode et

Description de la Planchette.

54. La planchette est composée de trois parties, savoir d'un pied, d'une tablette et d'une alidade, ou règle mobile. Le pied est précisément le même que celui du graphomètre. Fig. 32.

La tablette n'est autre chose qu'une planche quarrée, dont chaque côté peut être de 5 à 6 palmes de long. Au milieu de la surface inférieure est un genou et une virole qui servent aux mêmes usages que le genou et la virole du graphomètre. Il faut que cette tablette soit travaillée de manière à ne point se corrompre et se courber aux diverses températures. Elle est ordinairement garnie d'un châssis de bois, dans lequel elle s'encadre et s'y tient assujettie par des vis qui traversent l'épaisseur du châssis. Enfin, l'alidade est une règle de laiton, garnie de deux pinules, par lesquelles on

---

plus exact que le graphomètre, et dispenseroit de la vérification du *parallélisme*; malgré ces avantages, cet instrument ne m'étant pas plus familier qu'à la plupart des arpenteurs, j'ai calculé presque toutes mes opérations sur l'usage du graphomètre.

dirige des rayons visuels aux différens objets dont on veut avoir la position.

La figure *A* représente la planchette posée sur son pied, et la figure *B* son alidade, sur laquelle on peut graver une échelle.

Description de la Boussole.

Fig. 33. 55. La boussole n'est autre chose qu'une boîte quarrée, dont chaque côté peut avoir 2 à 3 palmes de long. Sur la face intérieure du fond de cette boîte, est tracée une circonférence de cercle divisée en ses 400 degrés.

Autour de cette circonférence sont marqués les quatre points cardinaux, à commencer par le *nord*, qui se trouve placé vis-à-vis 400. Au centre de ce cercle est un petit pivot de laiton, qui se termine en une pointe extrêmement fine, afin que l'aiguille aimantée, qui doit être mise en équilibre dessus, puisse toujours avoir sa direction naturelle, du *sud* au *nord*, en quelque sens qu'on tourne la boîte. Les extrémités de l'aiguille aimantée sont très-déliées en pointe ; l'une de ces pointes est blanche et désigne le *sud*, l'autre

est en couleur d'eau pour marquer le *nord*. Pour que le vent et la poussière ne puissent point faire varier l'aiguille aimantée, le tout est bien fermé par un verre entouré de mastic.

Sur l'un des côtés du quarré, on applique une alidade mobile, en forme de parallélépipède, qui s'élève et se baisse au moyen d'un pivot à vis qui l'attache par le milieu. Cette alidade sert aux mêmes usages que celles du graphomètre et de la planchette. Quelquefois, on se contente de mettre sur les bords *A* et *B* de la surface supérieure de la boîte, deux petites platines qui s'élèvent perpendiculairement à cette surface. Ces platines ont des pinules percées exactement dans la direction du *nord* au *sud*.

Enfin, il y a sur la surface extérieure du fond de la boîte, une douille qui sert à fixer la boussole sur son pied.

Pour éprouver la boussole, il faut orienter du même sens, les deux extrémités d'une ligne droite et longue, et voir si elle donne le même degré de déclinaison, car l'aiguille conserve toujours sa même direction. On

connoît qu'une aiguille est bonne, quand elle varie long-temps avant de se fixer.

Du Niveau d'eau.

Fig. 34. 56. Le niveau d'eau est composé d'un tuyau de fer blanc ou de cuivre ABC, recourbé perpendiculairement à ses deux extrémités. On donne ordinairement à ce tuyau 12 à 13 palmes de long, sur environ 3 doigts de diamètre, et la longueur des extrémités recourbées, doit être de 7 à 8 doigts.

A chacune de ces deux extrémités est mastiqué un tube de verre, le plus blanc et le plus transparent, tel que Aa, Cc, à travers lequel on peut voir la surface et le niveau de l'eau, de part et d'autre. Ces tubes sont enfoncés d'environ 3 doigts dans le tuyau où ils sont mastiqués, et ils saillent d'environ 8 à 9 doigts. Au milieu B est un autre tuyau, qui lui est perpendiculaire, et dans lequel s'enchâsse un piquet cylindrique BD, qui est soutenu par un pied semblable à celui du graphomètre.

Quand on veut se servir de cet instrument, on verse de l'eau dans l'un des tubes de verre, de manière qu'il y en ait environ

jusqu'aux deux tiers de chacun, et on vise par les petites surfaces de l'eau, qui paroissent au travers le verre.

Pour rendre la direction du rayon visuel plus décidée, on adapte ordinairement aux extrémités *A* et *C* du tuyau recourbé, deux pinules mobiles, qu'on fixe de part et d'autre, au moyen d'une vis, à la hauteur précise de l'eau.

Tel est le niveau dont on se sert ordinairement quand la distance à niveler n'est pas trop considérable.

67. Voilà les principaux instrumens qu'on emploie pour opérer sur le terrein, il en faut aussi pour travailler sur le papier : ces derniers instrumens composent l'étui de mathématiques.

Cet étui doit contenir, 1°. deux compas ; savoir, un d'environ 3 à 4 palmes de long, pour les grandes opérations, et l'autre d'environ 2 palmes pour les opérations ordinaires. L'échelle des *parties égales*, dont nous avons parlé, dispense ordinairement d'avoir un troisième compas, que l'on nomme *compas de proportion ;* néanmoins nous en donnerons la description, et nous parlerons de son usage au n°. 157.

Fig. 35. 2°. Plusieurs rapporteurs ou demi-cercles divisés de la même manière que le limbe du graphomètre. Ils doivent être de différentes grandeurs, afin de s'en servir à des opérations plus ou moins grandes. Le rapporteur de corne est préférable à celui de cuivre; cependant il a l'inconvénient que la sécheresse et l'humidité le font plus ou moins bomber; mais on peut le conserver bien droit en le mettant en presse entre deux objets bien unis : d'ailleurs, il ne noircit point le papier, et on voit à travers les opérations que l'on fait, ce qui est très-commode. On peut élever des perpendiculaires très-facilement avec un rapporteur, même plus exactement qu'avec les équerres ordinaires, soit de cuivre, soit de bois, parce que l'angle droit de ces équerres est presque toujours un peu émoussé : enfin, on s'en sert pour tirer des lignes au crayon plus facilement qu'avec une règle, lorsque ces lignes ne sont pas plus grandes que le diamètre du rapporteur.

3°. Des règles de bois qui aur ont un rapport commun avec le mètre ; comme 7, 8, 9, &c. palmes.

4°. Pour tirer de grandes perpendiculaires sur le papier, il faut avoir des équerres de bois ou de cuivre. Ces équerres sont composées de deux règles fixes ou mobiles, perpendiculaires l'une sur l'autre. On s'en sert avec avantage pour mener des perpendiculaires et des parallèles à une ligne donnée (4). Fig. 1.

Du Compas de proportion.

58. Cet instrument est composé de deux lames de cuivre qui s'ouvrent et tournent autour d'une charnière ; la longueur de chacune de ces lames, sur lesquelles sont tracées plusieurs lignes, est généralement de deux palmes.

Les principales lignes tracées sur les faces du compas de proportion, sont celles des *parties égales*, des *cordes*, des *polygones*, des *plans* et des *solides*. Celle des parties égales est ordinairement divisée en 200 parties égales entr'elles.

59. *Remarque.* Outre les différens instrumens dont on vient de parler, on se sert encore quelquefois de l'*odomètre* ou *pédomètre*, quand on n'a besoin que d'un à-peu-près. Cet instrument sert à mesurer les dis-

tances par le chemin qu'on fait. Malgré la grossièreté de ce moyen, avec un peu de précaution, on peut approcher du vrai.

Voyez la description et l'usage de cet instrument dans l'Encyclopédie Méthodique, au mot ODOMÈTRE.

DEUXIÈME PARTIE.

Contenant l'usage des principaux instrumens.

CHAPITRE PREMIER.

Où l'on traite des Jalons et de la Chaîne.

Des Jalons.

60. L'exactitude des opérations sur le terrein dépend souvent du jalonnage ; ainsi, un jeune homme qui se propose l'état d'arpenteur, doit s'exercer à bien jalonner sur le terrein, afin d'être en état de vérifier les alignemens qu'auront fait les jallonneurs qu'il pourra employer, et de les rectifier, dans le cas où ils seroient défectueux.

61. S'il faut mener une ligne droite qui passe par les points *A* et *B*, et la prolonger plus loin, on plantera, perpendiculairement à l'horizon, deux jalons *A* et *B*, qui déter- Fig. 36.

mineront l'alignement qu'il faut établir. A-peu-près à égale distance, on prendra un troisième jalon *C*, dont on ajustera la tête dans le rayon visuel qui passe par les sommets des deux premiers, et l'ayant planté de la même manière que les autres, si le sommet s'est dérangé, ce qui arrive presque toujours, on le remettra dans ce rayon visuel.

A une pareille distance, on fera une semblable opération en *D*, c'est-à-dire, que le piquet *D* sera placé de manière que les deux premiers ne s'apperçoivent point, et on continuera de même aussi loin qu'on voudra, en observant d'en découvrir au moins deux, sans celui qu'on veut planter, et de les mettre à environ 40 pas l'un de l'autre.

Lorsque les jalons que l'on employe ne sont pas parfaitement droits, il faut avoir soin de tourner la courbure de manière qu'elle soit avec la tête et le pied dans le même plan vertical. Sans cette attention, il seroit impossible de bien jalonner.

Fig. 57. 62. S'il falloit mener une ligne droite entre deux objets éloignés *A* et *B*, on planteroit un jalon *D* vers le milieu de ces objets; on en mettroit un second *E* dans l'ali-

gnement BD; ensuite, on retournerait au jalon D pour examiner si le rayon visuel DE s'accorde avec le point A : s'il s'en écarte, on reportera le jalon D vers la droite ou vers la gauche, et on remettra le jalon E dans le nouvel alignement DB. On éprouvera encore si cet alignement prolongé aboutit au point A; s'il s'en écarte, on recommencera jusqu'à ce que l'alignement DB réponde exactement au milieu du point A. Une fois les deux jalons E et D bien établis, on continuera l'alignement comme dans la pratique précédente, en mettant, ou faisant mettre, les jalons I, K. La ligne $AHGFE$ se dressera de la même manière. On remarquera que dans cet exemple on suppose que de l'un des points A et B il est impossible de voir l'autre.

63. Le terrein sur lequel il faut jalonner n'est pas toujours en plaine, comme on l'a supposé dans les deux pratiques ci-dessus ; il arrive souvent qu'il faut mener une ligne droite en montant, et la prolonger sur le sommet d'un coteau, ou bien il faut la mener entre deux coteaux.

En montant.

Fig. 58. Mettez un jalon *C* bien perpendiculaire au bas du coteau, et un autre *D* sur la rampe; puis alignez les sommets de ces jalons avec le pied d'un autre jalon *B*, qui doit être dans le plan vertical de la ligne *A B*.

Il peut arriver que la rampe du coteau soit si inclinée, que l'on ne puisse, en montant tant soit peu, aligner les têtes des jalons *C* et *D* avec le pied du jalon *B* : dans ce cas, on fera mettre un petit jalon *G* dans le plan
Fig. 39. vertical de la ligne *A B C*, et on alignera le jalon *D* dans la direction *C G*. En arrivant sur le sommet du coteau, on vérifiera son opération en prenant deux jalons *E* et *F*, qui doivent se rapporter exactement avec quelques-uns des jalons de la plaine, comme *A* ou *B*.

Lorsqu'on veut prolonger la ligne au-delà du sommet du coteau, il faut en arrivant sur
Fig. 38. le sommet, comme en *F*, prendre un petit jalon et le poser comme les autres dans l'alignement *B C D E F* : dans le même alignement, et à peu de distance, on en mettra un second *G* avec lequel on pourra prolonger la

ligne sur le sommet, en plantant les jalons *H I K L* dans la direction *F G*. On s'y prendroit de la même manière pour jalonner en descendant, et pour établir une ligne dans la plaine.

Entre deux coteaux.

S'il s'agit de traverser la vallée *A E* en menant une ligne *A B C D E*; après avoir descendu en *C* et remonté en *D*, comme on l'a vu ci-dessus, on alignera les deux jalons *D* et *E* avec ceux *A* et *B*, et on continuera sur le replat avec cette même direction. Fig 40.

Il peut arriver que la distance *A E* soit si grande que l'on ne puisse point distinguer facilement les extrémités des jalons; alors on enverra quelqu'un mettre son chapeau derrière le jalon *A*, afin de mieux apercevoir le jalon *B*.

De la Chaîne et de la façon de bien mesurer.

Mesurer une ligne droite.

64. Pour cette opération, l'arpenteur doit avoir avec lui un homme qui porte la chaîne, et qui marche en avant avec *dix*

fiches, qu'il portera de la main gauche, et de la main droite il tiendra, avec deux ou trois doigts, l'anneau qui est à l'extrémité de la chaîne, en marchant directement sur l'alignement, et en fixant le point où il doit arriver; puis il prendra un piquet qu'il fera toucher à l'anneau, et lorsqu'il sentira la chaîne bien tendue, il enfoncera son piquet en terre, et assez avant pour que la chaîne, qui pourra frotter le long de ce piquet en passant, ne le fasse pas tomber.

Pendant que le porte-chaîne plantera son premier piquet, l'arpenteur, tenant la chaîne, mettra l'anneau dans lequel ses doigts sont passés, contre le bâton de l'équerre qui doit être planté au point d'où il doit partir; ou, s'il n'a pas de bâton d'équerre, il se servira d'une onzième fiche qui ne sera jamais rendue au porte-chaîne. L'arpenteur aura soin que ce dernier soit bien sur l'alignement, et cela étant, il ira poser la main droite, de laquelle il tient l'anneau, sur le piquet enfoncé, en le faisant ainsi toucher, et il se tiendra dans cette situation jusqu'à ce que le porte-chaîne ait planté la seconde fiche.

Ils opéreront de la même manière jusqu'à ce que le porteur des dix fiches les ait toutes employées;

employées ; alors l'arpenteur qui les aura levées à mesure, les rendra au porte-chaîne, et il cottera 10, ou une *portée*, sur un morceau de papier. Il mettra à la place de la dernière fiche le bâton d'arpenteur, ou s'il n'en a point, il aura une onzième fiche qui en tiendra lieu.

Ils continueront d'opérer de la même façon, jusqu'au point où l'on doit arriver : y étant, on comptera les portées par le nombre des points ou des traits marqués sur le papier, et on ajoutera autant de perches qu'il s'en trouvera depuis la derniere portée, ainsi que les fractions, s'il y en a, et le tout sera cotté sur une feuille de papier que l'arpenteur doit avoir pour représenter les objets qu'il mesure.

Lorsqu'en mesurant, le porte-chaîne se dérangera de l'alignement, l'arpenteur l'y fera remettre en le faisant avancer à gauche ou à droite. Il aura aussi l'attention de lui faire toujours tendre la chaîne suffisamment; car lorsqu'elle n'est point tendue, la mesure devient plus courte ; au contraire, la chaîne tendue avec effort, s'alonge. Il peut donc se faire que, faute d'attention, cela produise une erreur qu'il faut être bien soigneux d'éviter.

Il ne faut pas, lorsqu'une fiche est posée obliquement (1), que l'arpenteur la redresse, car c'est toujours le sommet et non le pied qui fait toute la régularité du mesurage; c'est pourquoi il doit éviter en marchant et arrivant près de chaque fiche, que la chaîne ne les touche, et n'en dérange la position, telle qu'elle soit. Il doit aussi avoir attention d'appuyer la main sur la fiche, de manière que le porte-chaîne se sentant arrêté, n'ait pas besoin de tourner la tête pour savoir quand il faudra piquer une fiche. On doit toujours laisser les jalons sur la droite, et ne jamais traverser d'un côté à l'autre.

Si la chaîne vient à se rompre, il ne faut point la rejoindre sans être certain qu'il n'y a rien de perdu, et lorsqu'une fiche se perd, ce qui arrive assez souvent, il faut avoir grande attention de ne la remplacer qu'après avoir vérifié dans quelle partie de la ligne elle est tombée, sans quoi on pourroit faire de grandes erreurs, et dans le cas où l'on auroit quelque doute, il vaut mieux recommencer l'opération.

---

(1) Elles doivent toujours être le plus verticalement possible.

Enfin, il ne faut pas, en opérant, se piquer de trop de vîtesse, ni que celui qui marche en arrière leve aucun des piquets avant que celui qui les pose devant lui n'ait fixé le sien, autrement il est impossible de mesurer exactement.

PROBLÊME PREMIER.

Mesurer une ligne inaccessible, sans le secours d'autres instrumens que la chaîne et les jalons?

65. Pour mesurer la ligne AB, qui est inaccessible, à cause d'une rivière qui la traverse, prolongez à volonté cette ligne vers C: de ce point C, menez une ligne CE, faisant, avec AC, un angle d'une grandeur quelconque, en observant cependant de le faire approcher le plus possible de l'angle droit; ensuite, mesurez une grandeur quelconque de C en D, que vous porterez aussi de D en E. Du point D, menez une ligne sur A, et mettez un piquet au point F où elle coupera la ligne BE qu'on établira aussi avec des jalons. Mesurez bien exactement la distance BF que vous porterez de F en G; et vous trouverez la ligne AB par cette Fig 41.

proportion :

$$EG : FG \text{ ou } BF :: BC : AB;$$

c'est-à-dire, que pour avoir la distance requise AB, il faut multiplier la distance BC par FG ou BF, et diviser le produit par EG, qu'on mesurera aussi.

Démonstration.

Si l'on tire BH parallèle à CE, les triangles BFH, FED seront semblables, puisqu'ils auront les angles du sommet F égaux, avec les alternes H et D; on a donc cette proportion :

$$EF : BF :: DE : BH.$$

Les triangles ACD, ABH sont aussi semblables, et donnent

$$AC : AB :: CD : BH;$$

mais comme $DE = CD$, on a

$$AC : AB :: DE : BH,$$

ou, en mettant les deux premiers termes de cette dernière proportion à la place des deux derniers de la première,

$$EF : BF :: AC : AB$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$EF-BF : BF :: AC-AB : AB,$$

ou enfin

$$EG : BF :: BC : AB;$$

et comme $BF=FG$, on a aussi

$$EG : FG :: BC : AB.$$

(*Il y a encore d'autres moyens de résoudre cette question ; voyez le n°.* 240.)

PROBLÈME DEUXIÈME.

Mesurer une hauteur accessible par le pied, et perpendiculaire à l'horizon; par exemple, la hauteur d'un clocher ou d'une tour?

66. Soit la tour AB, dont il faut connoître la hauteur; plantez bien à-plomb un jalon EC; éloignez-vous à quelque distance de ce jalon, et plantez un autre jalon DF, de manière que vous puissiez voir l'extrémité A de la tour par un rayon visuel FEA qui rase l'extrémité du piquet. Regardez aussi un point de la tour, tel que G, par un rayon horizontal FG, et remarquez le point H du piquet par lequel passe ce rayon horizontal. Fig. 42.

Tout cela exécuté, on a les deux triangles semblables AGF, EHF qui donnent cette proportion : *Le côté* FH *est au côté* EH, *comme le côté* FG *est au côté* AG; et comme les trois premiers termes de cette proportion sont connus, par la mesure qu'on en peut faire, il s'ensuit que si au quatrième terme AG on ajoute la partie qui est au-dessous de la ligne horizontale qu'on peut mesurer, on aura la hauteur AB de la tour, ou de tout autre objet semblable perpendiculaire à l'horizon.

On peut se dispenser de tirer la ligne horizontale FG; mais alors, après avoir planté le jalon CE, on cherchera le point I, déterminé par le rayon visuel AI; puis on mesurera la base IB, la portion IC, la hauteur du jalon CE, et les triangles semblables ABI, ECI, donneront la hauteur cherchée par cette proportion :

$$IC : EC :: IB : AB.$$

(*Voyez le n°.* 241.)

PROBLÈME TROISIÈME.

Trouver la surface d'un triangle rectiligne quelconque ABC, *dont on connoît les trois côtés ?*

67. On sait que la surface de tout triangle rectiligne est égale au produit de sa base BC par la moitié de sa hauteur AE (27). Or, le côté BC étant donné ou mesuré, il ne s'agit que de connoître la perpendiculaire AE, élevée au sommet A sur la base BC. Comme on n'a point d'instrument pour élever cette perpendiculaire, on cherchera le segment BE qui servira à connoître la hauteur du triangle ABC. Fig. 43.

Puisque dans tout triangle rectangle, le quarré de l'hypoténuse vaut la somme des quarrés des deux autres côtés, on a

$$AB^2 = BE^2 + AE^2,$$

et

$$AC^2 = BC^2 + BE^2 + AE^2 - 2BC \times BE.$$

Otant cette dernière équation de la première, et réduisant, on a

$$AB^2 - AC^2 = 2BC \times BE - BC^2$$

d'où l'on tire

$$BE = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2BC},$$

qu'on peut écrire ainsi :

$$BE = \tfrac{1}{2}(AB + AC).\frac{(AB - AC)}{BC} + \tfrac{1}{2}BC;$$

c'est-à-dire que pour avoir BE, il faut ajouter $\frac{1}{2}BC$ au quatrième terme d'une proportion géométrique dont les trois premiers sont

$$2BC,\ AB + AC \text{ et } AB - AC.$$

Quand on connoîtra le segment BE, on retranchera son quarré de celui de la ligne AB, et prenant la racine quarrée du reste, on aura la perpendiculaire AE, dont la moitié étant multipliée par la base BC, donnera la surface du triangle proposé.

Supposons que $BC = 45$, AB 42, et AC 39, on aura BE en ajoutant $\frac{1}{2}BC = 22{,}5$ au quatrième terme de cette proportion :

$$90 : 42 + 39 :: 42 - 39 : x. = \frac{243}{90} = 2{,}7;$$

ce qui donne 25,2 pour la valeur du segment BE. Ainsi,

$$AE = \sqrt{42^2 - (25{,}2)^2} = 33{,}6.$$

Multipliant la base $BC = 45$ par la moitié 16,8 de la perpendiculaire AE, le produit 756 sera la superficie du triangle ABC.

Si la ligne AC étoit plus grande que celle AB, le quatrième terme de la proportion ci-dessus seroit négatif; c'est-à-dire, qu'il faudroit le retrancher de la quantité $\frac{1}{2}BC$ pour avoir le segment BE; ou bien, si on le prend positivement pour l'ajouter à la moitié de BC, on aura le segment CE; par exemple, si le côté $AB = 39$ et le côté AC 42, on aura, dans le premier cas

$$90 : 81 :: -3 : -x. = -\frac{243}{90} = -2,7,$$

ce qui donne $BE = 19,8$; et dans le second cas, on a $CE = 25,2$. Lorsque le triangle est isocèle, le segment BE est trouvé naturellement, car la perpendiculaire AE tombe nécessairement au milieu de BC.

68. Si l'on met la valeur de BE dans l'équation $AB^2 = BE^2 + AE^2$, on trouvera

$$AE = \sqrt{AB^2 - \frac{(AB^2 + BC^2 - AC^2)^2}{4BC^2}}$$

$$= \tfrac{1}{2}BC\sqrt{\frac{4AB^2 \times BC^2 - (AB^2 + BC^2 - AC^2)^2}{}},$$

et multipliant BC par $\frac{1}{2}AE$, ou AE par $\frac{1}{2}BC$, pour avoir la surface du triangle ABC, il viendra

$$\frac{1}{4}\sqrt{4AB^2 \times BC^2 - (AB^2 + BC^2 - AC^2)^2}.$$

Cette expression n'est pas présentée sous la forme la plus simple, car la quantité qui est sous le radical, étant la différence de deux quarrés, peut être représentée par

$$(2AB \times BC + AB^2 + BC^2 - AC^2) \times (2AB \times BC + AC^2 - AB^2 - BC^2),$$

ou par

$$(AB + AC + BC).(AB + BC - AC) \times (AB + AC - BC).(AC + BC - AB).$$

On aura donc

$$\frac{1}{4}\sqrt{(AB + AC + BC).(AB + BC - AC).(AB + AC - BC).(AC + BC - AB).}$$

Maintenant, si l'on fait la somme des trois côtés du triangle $= 2S$, on trouvera, enfin, que la surface du triangle ABC est exprimée par

$$\frac{1}{4}\sqrt{2S.2(S - AC).2(S - BC).2(S - AB)},$$

qui se réduit à

$$\sqrt{S(S - AC).(S - BC).(S - AB).}$$

Au moyen de cette formule, aussi remarquable par son élégance que par son utilité, on forme la règle générale suivante, pour évaluer la surface d'un triangle quelconque, par la connoissance de ses côtés.

Faites la demi-somme des trois côtés du triangle donné, et retranchez successivement de cette demi-somme chacun des côtés : vous aurez trois différenoes, que vous multiplierez ; savoir, la première par la seconde ; leur produit par la troisième ; multipliez encore ce second produit par la moitié de la somme des côtés ; enfin, prenez la racine quarrée de ce dernier produit, et vous aurez la surface demandée.

En cherchant la surface de ce triangle, d'après cette formule, on a

$$\frac{45+39+42}{2}=63;$$

retranchant successivement de cette demi-somme chacun des trois côtés, on aura ces trois résultats :

$63-45=18; 63-39=24; 63-42=21;$

multipliant la première différence par la seconde, leur produit par la troisième, on

aura

$$18 \times 24 \times 21 = 9072,$$

qui, multiplié par la moitié de la somme des côtés, donne

$$9072 \times 63 = 571536,$$

dont la racine quarrée égale 756, comme ci-dessus (*voyez le n°.* 242).

PROBLÈME QUATRIÈME.

Trouver la superficie d'une figure rectiligne, sans se servir d'autres instrumens que d'une chaîne?

Fig. 44. 69. Faites d'abord une esquisse grossière, ou le canevas de la figure proposée; mesurez les différens côtés AB, BC, CD, DE, AE, et marquez la longueur de chaque côté le long de son correspondant sur le canevas; ensuite, si vous pouvez entrer dans la figure, mesurez les diagonales AD, AC, et calculez la superficie des triangles ADE, ACD, ABC, par la formule du numéro précédent. Réunissez les surfaces de ces triangles, et vous aurez celle de la figure proposée (29).

Si l'on ne pouvoit entrer dans cette figure,

on parviendroit à connoître les diagonales AD, AC en cette manière : Pour avoir AD, prolongez les lignes AE, DE indéfiniment ; faites $Ea = EA$, $Ed = ED$, et mesurez la distance ad qui sera évidemment égale à la ligne AD.

Pour avoir AC, faites $Bc = BC$, $Bb = AB$, et mesurez $cb = AC$.

On voit que par ce moyen on peut encore trouver une distance AD qu'on ne peut mesurer, en supposant que de quelque point, comme E, il soit possible d'aller à chacun des objets A et D, et de prolonger les alignemens AE, DE.

CHAPITRE II.

Usage de l'Equerre.

PROBLÊME PREMIER.

Elever du point A *une perpendiculaire à la ligne droite* BE?

Fig. 45. 70. PLANTEZ au point *A* le bâton d'arpenteur, garni de son équerre, et si la ligne *B E* n'est pas bien visible, faites mettre les piquets *B* et *E*. Ensuite, tournez l'équerre de façon qu'un œil placé successivement aux pinules 1 et 3, apperçoive ces jalons *B* et *E* des deux côtés de l'équerre. Laissez votre instrument dans cette situation, et envoyez quelqu'un qui tiendra à côté de lui, sur la droite, un jalon *C*; regardez par les pinules 4 et 2, et faites-lui signe d'avancer ou de retirer à lui le jalon, jusqu'à ce que le pied soit dans le milieu du rayon visuel que vous dirigez. Si-tôt que vous lui aurez fait le signe convenu, il plantera son jalon *C* bien solidement, et lorsqu'il sera enfoncé en terre, vous regarderez encore par les mêmes pi-

nules si le pied et la tête du jalon sont bien dans le milieu du rayon visuel, autrement vous les y ferez mettre. Avec ce jalon *C*, et l'équerre *A*, on pourra prolonger la ligne *A C* aussi loin qu'on voudra (61). Si l'équerre est juste, cette ligne sera la perpendiculaire demandée, car les pinules étant posées à angles droits, les rayons visuels qu'on dirige par ces pinules, forment nécessairement des angles droits à leurs intersections.

Lorsque le point donné est à l'extrémité de la ligne, on se contente de diriger le rayon visuel de l'équerre sur un jalon mis à l'autre extrémité.

Il arrive souvent que l'on ne peut pas placer son équerre au point où doit être élevée la perpendiculaire, comme, par exemple, quand l'alignement sur lequel cette perpendiculaire doit être élevée, est un mur, une haie, &c. Dans ce cas, mettez deux piquets *a* et *e*, à égale distance des points *A* et *E*, et élevez sur *a e* une perpendiculaire *a D*. S'il falloit élever une perpendiculaire sur la ligne *A B*, qui passe par le point *H*, on se mettroit à-peu-près vis-à-vis ce point, par exemple, en *G*; on dirigeroit, comme ci-dessus, un rayon visuel dans l'ali-

gnement AB, et on regarderoit si le rayon GK répond exactement au point H; s'il n'y répond point, avancez, par exemple, en F, et voyez encore, après avoir dirigé un rayon dans l'alignement AB, si le rayon visuel FI répond à ce même point H; s'il n'y répond pas encore, vous continuerez de la même manière, jusqu'à ce que vous trouviez le point E, duquel on puisse mener la perpendiculaire EH (*voyez le n°. 245*).

PROBLÈME DEUXIÈME.

Du point I, *dans la plaine, mener une parallèle* IL *à la ligne* AB?

Fig. 47. 71. Elevez d'abord, sur AB, une perpendiculaire IK, et au point I, sur IK, élevez une autre perpendiculaire IL, qui sera la parallèle demandée; car les deux angles KIL, AKI, qui sont alternes internes, sont égaux.

Dans toutes les opérations que l'on fait il faut avoir attention que le bâton d'arpenteur soit bien d'à-plomb, car lorsqu'il est incliné, il peut causer beaucoup d'erreurs. Il faut aussi avoir soin de ne jamais piquer son bâton garni

garni de l'équerre, de crainte de forcer la douille qui doit être posée légèrement.

PROBLÈME TROISIÈME.

Mener une ligne A D L O, *dans des fonds et sur des coteaux?*

72. Posez une équerre sur le sommet du premier coteau en *D*; dirigez un rayon visuel dans l'alignement *A D*, et faites planter, dans le même alignement, les jalons *E F G H*, en descendant. Fig. 48.

Mettez un piquet au point *D*, et allez poser votre équerre dans le fond, en *H*; dirigez un rayon dans l'alignement *EFGH*, et faites planter, dans le même rayon, les jalons *i I K L*, en remontant; enfin, au sommet du coteau *L*, faites une troisième station, en dirigeant un rayon sur les jalons *iIKL*, et prolongez ce rayon vers *O* sur le replat. Avant d'ôter l'équerre qui est en *L*, il faut vérifier si le rayon visuel *L M N O* répond exactement aux jalons *A B C D*. C'est par ce moyen qu'on vérifie facilement et promptement, si les jalonneurs ne se sont pas trompés.

PROBLÈME QUATRIÈME.

Trouver la longueur d'une ligne inaccessible, ou dont une partie seulement est inaccessible ?

Fig. 49. 73. Soit la ligne AB, dont on veut avoir la longueur ; à l'extrémité B de cette ligne, j'éleve une perpendiculaire BC indéfinie ; je prends dessus un point E que je joins au point A ; puis de ce même point E, sur la ligne EA, j'éleve la perpendiculaire ED que je prolonge jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne AB, prolongée en D. La perpendiculaire BE sera moyenne proportionnelle entre BD, qu'on mesurera bien exactement, et la ligne AB, qu'on ne peut mesurer entièrement ; car les deux triangles ABE, BED étant semblables, on a cette proportion :

$$DB : BE :: BE : AB.$$

Supposons que la partie $DB = 3$ et la perpendiculaire $BE = 7$, on aura la ligne AB par cette proportion :

$$3 : 7 :: 7 : x = \frac{49}{3} = 16\frac{1}{3}, \text{ ou } 16{,}33.$$

Si l'on ne peut point élever de perpendicu-

laire au point B, on prolongera AB vers C, jusqu'à ce qu'on puisse en élever une CE; d'un point E, pris à volonté, on élevera, sur CE, une autre perpendiculaire EF, qu'on terminera en un point F, aussi pris à volonté : ensuite, on tracera une ligne droite FA qui coupera la perpendiculaire CE en un point D; on mesurera les lignes CD, DE, EF, et pour avoir AC, on fera la proportion suivante, que donnent les triangles semblables, ACD, DEF; Fig. 50.

$$DE : DC :: EF : AC.$$

Si de la ligne AC, on retranche la partie BC, qu'on peut mesurer, il restera la ligne AB, qu'on demande (*voyez le n°.* 245).

PROBLÈME CINQUIÈME.

Mesurer la surface d'un triangle rectiligne?

74. Si le triangle dont on veut avoir la superficie est rectangle, il suffira de mesurer les deux côtés qui forment l'angle droit, et de multiplier l'un par la moitié de l'autre, ou l'un par l'autre, et prendre la moitié du produit (27).

Supposons que dans le triangle rectangle Fig. 51.

$A\,B\,C$, la base $A\,B$ soit de 20 perches, la hauteur ou la perpendiculaire $B\,C$ de 8, la surface de ce triangle sera $20 \times 4 = 80$ perches quarrées (1).

Fig. 52. 75. Dans la pratique, il arrive rarement que les angles se trouvent exactement droits; d'ailleurs, il seroit trop long de les essayer tous pour le savoir. Il est plus expédient de prendre tout de suite $A\,B$ pour base, et d'élever sur celle-ci la perpendiculaire $D\,C$, que l'on mesure, ainsi que la base $A\,B$.

Si, en mesurant de D en C, on trouve 9 perches 38 doigts, ou simplement 9,38, et de A en B 15 perches 2 palmes, ou 15,2, on cotera ces mesures sur un canevas, comme on le voit dans la figure, et pour en

---

(1) Il y a une grande attention à apporter en mesurant les hauteurs ou les largeurs des figures qui sont d'une grande longueur; car l'erreur que l'on peut faire sur la hauteur ou la largeur, devient beaucoup plus considérable que sur la longueur. Soit un triangle de 100 perches de base sur 10 de hauteur; si, au lieu de multiplier 50 par 10, on ne multiplioit que par 9, il viendroit 450 au lieu de 500. Si, au contraire, cette unité étoit omise sur la base, la surface seroit $99 \times 5 = 495$, qui approche bien plus du véritable produit 500.

avoir la superficie, on multipliera 9,38 par la moitié de 15,2; ce qui donnera 71,288; c'est-à-dire, 71 perches 29 mètres quarrés, ou 71 perches 29 centièmes de perche pour la surface demandée.

Si le triangle étoit obtusangle, et qu'on ne pût se servir du côté $A\,C$ pour base, on pourroit prendre celui des deux autres côtés qu'on jugeroit à propos. Supposons qu'on prenne $B\,C$, on prolongera cette ligne jusqu'en D, pour élever une perpendiculaire $A\,D$, qui sera la hauteur du triangle, et par laquelle on multipliera la moitié de la base $B\,C$, pour avoir la surface requise. Fig. 53.

76. Lorsqu'il est impossible d'entrer dans un triangle, et qu'on ne peut mesurer que deux côtés, comme $A\,C$ et $B\,C$, il faut chercher le troisième côté, comme distance inaccessible (65), afin de pouvoir trouver la superficie du triangle (68). Fig. 54.

Si l'on peut prolonger les côtés $A\,C$, $B\,C$, de leur longueur en E et en D, on fera bien de chercher la ligne $A\,B$, au moyen du triangle $C\,D\,E$ (69), car ce triangle étant égal au proposé $A\,B\,C$, puisque les trois côtés de l'un sont égaux aux trois côtés de l'autre, il ne s'agira que de chercher la sur-

face de ce triangle accessible, en mesurant, par exemple, une perpendiculaire CF, qu'on multipliera par la moitié de la base DE. (*Voyez le n°.* 246.)

PROBLÊME SIXIÈME.

Mesurer la surface d'un trapèze ABDC?

Fig. 55. 77. Mesurez les côtés AC, AB et BD; multipliez la somme des deux côtés parallèles, par $\frac{1}{2}AB$, et vous aurez la superficie qu'il falloit trouver (28).

Si ces côtés sont; savoir, AC de 8 perches, AB de 13 perches 9 palmes, et BD de 12 perches 32 doigts, on ajoutera 8 avec 12,32, et l'on multipliera la somme 20,32 par $\frac{13,9}{2}$, ou 10,16 par 13,9; le produit 141,22, ou 1 arpent 41 perches 22 mètres quarrés sera la surface demandée.

PROBLÊME SEPTIÈME.

Trouver la surface d'un quadrilatère ABDC, *dont les quatre côtés sont inégaux, et hors du parallelisme?*

Fig. 56. 78. Prenez le plus grand côté AB pour base, et menez les deux perpendiculaires

EC, *FD*, qui passent par les deux angles *C* et *D*; cherchez la superficie des deux triangles rectangles *BFD*, *AEC*, et celle du trapèze *CDFE*; ajoutez ensemble ces trois superficies, et vous aurez évidemment celle du quadrilatère proposé.

Pour opérer géométriquement, faites mettre des jalons aux angles *C*, *D*, et mesurez la distance du point *A* au point *E*, où doit être élevée la perpendiculaire *EC*; cotez cette distance sur le canevas, et mesurez *EC*, que vous coterez aussi (1).

Revenez au point *E*, et mesurez la distance de cet endroit au point *F*, où doit être élevée la perpendiculaire *FD*; écrivez la valeur de cette ligne sur le canevas, et mesurez *FD*, que vous coterez; enfin, revenez au point *F* pour mesurer la partie *FB*, que vous écrirez sur le canevas, à l'endroit où elle doit être, et toute l'opération sera terminée sur le terrein.

Si les mesures sont cotées, savoir, *AE*

(1) Il faut avoir soin, lorsqu'on mesure la ligne *EC*, ou toute autre semblable, de laisser au point *E* le bâton d'arpenteur, ou un jalon, afin qu'en mesurant *EF*, on parte exactement du point où l'on s'est arrêté.

de 5 perches; EC de 8,3; EF de 39,2; FD de 12,3, et FB de 3,1; on trouvera que la superficie de cette figure est de *4 arpens* 43 *perches* 58 *mètres quarrés.*

Voici l'opération.

Superf. du triang. AEC=.....8,3.× 2,5.= 20,75
Superf. du triang. BFD=.....6,15.× 3,1.= 19,065
Superf. du quadr. $CDFE$=(8,3+12,3)×19,6.=403,76

Total.....443,575

On auroit pu prendre également CD pour base, et prolonger cette ligne de part et d'autre, jusqu'en G et H, d'où doivent partir les perpendiculaires qui répondent aux angles A et B, en ayant soin alors, de soustraire de la superficie totale $ABGH$, les triangles BGD, AHC.

79. *Remarque.* En mesurant la base AB en différentes parties, il est rare que leur somme s'accorde exactement avec la mesure réelle de cette base. Lorsqu'on se pique de mettre de l'exactitude dans son opération, il est nécessaire de mesurer cette même base sans s'arrêter, et de vérifier si elle s'accorde avec la somme trouvée

en différentes fois. S'il se trouvoit une différence sensible, il faudroit recommencer; mais si elle étoit de très-peu de chose, on pourroit la partager par le milieu, et appliquer la correction dans l'endroit le moins sensible, comme, par exemple, dans l'un ou l'autre des triangles *AEC* ou *BFD*.

Quand il se trouve des perpendiculaires à droite et à gauche de la base, comme dans les figures suivantes, on éleve d'abord toutes celles qui sont à droite, sans avoir égard à celles de la gauche; on fait la somme de toutes les parties de la base, et on retourne sur cette même base, en mesurant et en élevant les perpendiculaires de la gauche. On ajoute toutes ces nouvelles parties de la base, et l'on examine si la somme est égale à la première. Au moyen de cette double opération, on peut se dispenser de mesurer la base en une seule fois.

Il y a des arpenteurs qui, pour abréger, élevent et mesurent les perpendiculaires à droite et à gauche à mesure qu'ils avancent sur la base, et qui se contentent de cette seule opération; mais en suivant ce procédé, si l'on se trompe dans quelques parties de cette base, on n'a pas de moyens de recon-

noître son erreur : ce motif seul doit le faire abandonner ; d'ailleurs, je le répète, il ne faut jamais se piquer de trop de vîtesse lorsqu'on opère, sur-tout quand l'opération demande de l'exactitude.

PROBLÊME HUITIÈME.

Trouver la surface d'une figure irrégulière ?

80. Lorsque les figures auront plus de quatre côtés, c'est-à-dire, lorsqu'elles formeront des polygones irréguliers, on tirera autant qu'il sera possible, la base d'un angle à un autre, dans la partie la plus longue, afin que toutes les perpendiculaires puissent tomber dessus.

Fig. 57. Soit la figure $ACDE$...&c. dont on veut connoître la superficie. Il faut que l'arpenteur commence par faire le tour de cette figure ; qu'il en fasse une esquisse grossière, et qu'il mette ou fasse mettre des jalons à tous ses angles.

Ensuite, il fera planter un nombre suffisant de jalons dans l'alignement AB, qui servira de base à toute l'opération ; il élevera sur cette base autant de perpendiculaires

qu'il y a de sinuosités dans le périmètre de cette figure. Il mesurera de *A* en allant vers *B*, la distance *Aa*, et la perpendiculaire *aN* qui est à droite ; il continuera de mesurer de *a* en *c*, et la perpendiculaire *cM*, sans avoir égard aux autres perpendiculaires de la gauche : enfin, il mesurera de même toutes les autres perpendiculaires situées à la droite, avec leur distance sur la base *AB*.

Arrivé en *B*, il ajoutera toutes les différentes distances détaillées, pour avoir la ligne entière *AB*; ensuite, il retournera vers *A*, en mesurant séparément les perpendiculaires qui se trouvent de l'autre côté de la base, ainsi que leur distance sur cette base. Etant au point *A*, il ajoutera de même toutes ces différentes longueurs, dont la somme doit être égale à celle qu'on a trouvée en mesurant de *A* en *B*.

Lorsque toutes les mesures seront prises sur le terrein, et cotées sur le canevas, on pourra calculer la superficie de cette figure sur-le-champ, afin d'instruire les personnes qui vous ont appelé pour cette opération, de la quantité qu'elle contient.

Voici le type du calcul.

1.	15×2..... =	30
2.	(15+20)×8,15..... =	285,25
3.	(20+12,5)×4..... =	130
4.	(12,5+21,9)×5..... =	172
5.	(21,9+6)×9,25..... =	258,075
6.	3×3..... =	9
7.	.....	12
8.	(9,14+12)×10,1..... =	213,514
9.	(7+9,14)×2,6..... =	41,964
10.	(9,2+7)×2,5..... =	40,5
11.	(9,2+6)×4..... =	60,8
12.	(6+6,3)×8,2..... =	100,86
13.	6,3×1,5..... =	9,45
	Total =	1363,413, ou

13 arpens 63 perches 41 mètres quarrés.

Fig. 58. 81. Lorsqu'il se trouve deux sinuosités près l'une de l'autre, et éloignées de la base, on peut abréger l'opération de cette manière: Après avoir mesuré la perpendiculaire AB, au lieu de revenir en E pour élever et mesurer ED, élevez sur AB la petite perpendiculaire CD, que vous mesurerez, ainsi que la partie CA; portez CD de A en E,

et vous aurez les mesures nécessaires pour calculer le trapèze *ABDE*; ainsi des autres.

82. *Remarque.* Il n'est pas absolument nécessaire que la base soit tirée d'un angle à un autre, et dans la partie la plus longue; on ne prend cette précaution que pour faire moins d'opérations. Si la base tomboit sur le côté d'une figure, après avoir mesuré *EF*, Fig. 59. on se transporteroit au-delà de la ligne *DE*, pour élever sur *AB* une perpendiculaire *CD*, que l'on mesureroit, ainsi que les distances *BC*, *BF*, afin de pouvoir calculer la superficie des triangles *BEF*, *BCD*, dont celle du dernier doit être soustraite.

Si l'on ne vouloit, ou si l'on ne pouvoit point traverser la ligne *DE*, on éleveroit au point *B* une perpendiculaire *BH*, sur laquelle on meneroit la petite traverse *GD*, que l'on mesureroit, ainsi que la ligne *BH*.

Par ce moyen, on n'auroit rien à déduire, puisqu'on pourroit calculer le triangle *BDH* par la connoissance de la base *BH* et de la hauteur *DG*. Si la base tomboit quarrément sur *DE*, il est bien évident qu'il ne s'agiroit que de mesurer séparément les deux parties *BD* et *BE*.

PROBLÈME NEUVIÈME.

Trouver la superficie de la figure irrégulière SPIKL...&c.

Fig 60. 83. L'arpenteur chargé de cette opération, commencera par faire le tour de cette figure, en en faisant une esquisse grossière; il fera mettre des jalons à toutes les sinuosités, et pour éviter qu'une multitude de perpendiculaires ne tombe sur la base AB, que je suppose qu'il choisit, il fera tracer des alignemens de A en C, qu'il prolongera en H; de C en D, et de y en F. Il élevera toutes les perpendiculaires qui sont à la droite de la base AB, comme aI, xK....&c. jusqu'à cF.

Il élevera de même, en revenant vers A, les deux perpendiculaires ED et xC, qui sont de l'autre côté de cette base; ensuite, il se transportera successivement sur les alignemens AH, CD, DE, cF et Fy, pour élever toutes les perpendiculaires aux sinuosités de cette figure (1).

(1) Dans la pratique, lorsque les sinuosités ne sont pas trop considérables, on a coutume de les rectifier

Il mesurera toutes les diagonales *A H*, *C D*, &c. en entier, sans s'arrêter, afin de vérifier s'il ne s'est point trompé en les mesurant en plusieurs parties.

Toutes les mesures étant écrites sur le canevas, aux places qu'elles doivent être, on trouvera la surface de ce polygone irrégulier, en faisant les calculs suivans :

1.	$56 \times 14 \ldots\ldots$	=	784
2.	$\left(\frac{56+65}{2}\right) \times 70{,}75 \ldots$	=	4280,375
3.	$12{,}5 \times 12{,}5 \ldots\ldots$	=	156,25
4.	$(25+27{,}25) \times 7{,}75 \ldots$	=	404,9375
5.	$37{,}25 \times 6{,}5 \ldots\ldots$	=	242,125
6.	$20 \times 8 \ldots\ldots$	=	160
7.	$5 \times 5 \ldots\ldots$	=	25
8.	$45 \times 6{,}25 \ldots\ldots$	=	281,25
9.	$31{,}95 \times 5 \ldots\ldots$	=	159,75
10.	$17{,}5 \times 17{,}5 \ldots\ldots$	=	306,25
11.	$4{,}25 \times 3 \ldots\ldots$	=	12,75
12.	$9{,}25 \times 5{,}7 \ldots\ldots$	=	52,725
			6865,4125

par des lignes droites, conduites de manière qu'elles laissent d'un côté à-peu-près la valeur du terrein qu'elles retranchent.

De l'autre part		6865,4125
13. $9 \times 5,9$	=	53,1
14. $10,8 \times 2$	=	21,6
15. $9,3 \times 5,5$	=	51,15
16. $\frac{26,5 \times 14,65}{2}$	=	194,1125
17. $25,5 \times 5,2$	=	132,6
18. $\frac{10,55 \times 21,5}{2}$	=	113,4125
19. $8,5 \times 10,55$	=	89,675
20. $5,5 \times 7$	=	38,5
21. $5,5 \times 4,5$	=	24,75
22. $4,2 \times 3$	=	12,6
23. 16×3	=	48
24. $19,5 \times 5,5$	=	107,25
25. $21,5 \times 4$	=	86
26. $17,5 \times 4,5$	=	78,75
27. 12×4	=	48
28. $7,5 \times 6,3$	=	47,25
29. $4,5 \times 2,5$	=	11,25
30. $3,5 \times 5,75$	=	13,125
31. $4,5 \times 2,5$	=	11,25
32. $5,75 \times 7,75$	=	44,5625
33. 9×7	=	63
34. $7,75 \times 9$	=	69,75
		8225,1

Ci-contre

ci-contre.....		8225,1
35. 19,5×4.....	=	78
36. 16,9×4.....	=	67,6
37. 13,9×3.....	=	41,7
38. 11,1×2,75.....	=	30,525
39. 10,8×4.....	=	43,2
Total	=	8486,125, ou

84 arpens 86 perches 13 mètres quarrés.

Sur les mêmes principes, on trouvera que la surface *A B C*... &c. est de 3213,015, ou 32 hectares 13 ares et 2 centiares. Fig. 61.

De la mesure des figures accessibles en dehors seulement.

84. On parvient à trouver la superficie des figures inaccessibles en dedans, en leur circonscrivant d'autres figures, que l'on calcule, et en ayant soin de retrancher les parties empruntées.

Soit A'BC D... *&c. une pièce d'eau, un bois*...*&c., accessible en dehors, dont on veuille connoître la superficie*? Fig. 62.

Après avoir fait le tour de la figure et planté des jalons sur tous les angles, établissez une base *a b*; aux extrémités *a* et *b* de cette base, élevez les perpendiculaires

ad, bc, que vous prolongerez, jusqu'à ce que de l'extrémité de l'une, comme c, vous puissiez découvrir celle de l'autre en d, afin de tracer l'alignement cd, lequel ne doit jamais s'écarter trop loin des sinuosités. Si cet alignement se trouvoit perpendiculaire sur bc, le canevas seroit évidemment un rectangle, et les côtés opposés seroient égaux; mais si cette ligne bc est oblique, comme dans cette figure, le canevas représentera un trapèze, dont la superficie sera

$$\left(\frac{ad + bc}{2}\right) \times ab.$$

Si de ce produit on retranche la somme de tous les petits trapèzes et triangles empruntés sur le terrein adjacent, le reste sera évidemment la superficie de la figure proposée à mesurer.

Pour vérifier si l'on ne s'est point trompé dans la mesure des quatre bases,, il faut ajouter le détail que l'on a fait sur chacune, en mesurant les distances des perpendiculaires, et voir si la somme est la même que celle que l'on a trouvée en mesurant sans s'arrêter. On cherchera de plus la ligne cd, comme si elle étoit inaccessible (245), et l'on

examinera si elle est égale à la racine quarrée de la somme des quarrés de la ligne *ab* et de la différence des deux perpendiculaires *a d*, *b c*. Si cette racine est égale à la quantité trouvée en mesurant de *c* en *d*, ou si elle en diffère de très-peu, on sera certain de l'exactitude de la mesure de ces quatre bases : s'il en étoit autrement, il faudroit recommencer.

Voici les calculs de cette figure, en supposant que les dimensions du terrein soient telles qu'on les voit représentées sur le canevas.

a b c d étant un trapèze, on a

$$\left(\frac{60+52}{2}\right)\times 100 = 5600;$$

D'où retranchant 1133,434, pour la valeur des emprunts, il reste 4466,566, ou 44 arpens 66 perches 57 mètres quarrés, pour la superficie réelle de la figure qu'il falloit mesurer.

Etat des emprunts faits dans le trapèze abcd.

Je commence par le quadrilatère *c h G p*, en imaginant une diagonale *c G* pour avoir les deux triangles rectangles *c h G*, *c p G*.

De même, au quadrilatère *AYed*, j'imagine la diagonale *dY*, afin d'avoir les deux triangles *edY* et *AYd*. Cela étant fait, ou supposé fait, on a

1.	$\left\{\begin{array}{l}9,25\times2,05=18,9625\\4,5\times5\ldots=22,5\end{array}\right\}$		41,4625
2.	$4,1\times9$	=	36,9
3.	$16,4\times2$	=	32,8
4.	$21,4\times3$	=	64,2
5.	$12,3\times5$	=	61,5
6.	$4,7\times4,07$	=	19,129
7.	$3,1\times9$	=	27,9
8.	$5,6\times12,3$	=	68,88
9.	$11,3\times5$	=	56,5
10.	$4,15\times16,7$	=	69,305
11.	$6,2\times10$	=	62
12.	$13,2\times4,1$	=	54,12
13.	$14,9\times5$	=	74,5
14.	$5,1\times3,5$	=	17,85
15.	$6,15\times3$	=	18,45
16.	$\left\{\begin{array}{l}4,15\times1,5=6,225\\2,95\times5=14,75\end{array}\right\}$	=	20,975
17.	$5,3\times6$	=	31,8
18.	$18,6\times6$	=	111,6
			869,8715

ci-contre.....		869,8715
19. 9,4×6.....	=	56,4
20. 12,5×4.....	=	50
21. 6,25×15,9.....	=	99,375
22. 17,25×3,35.....	=	57,7875
		1133,434

Si l'on ne pouvoit mesurer la perpendiculaire nm du triangle LMm, ou de tout autre semblable, on mesureroit les trois côtés de ce triangle, et on en chercheroit la surface par la règle du n°. 68.

Si LM étoit inaccessible, il faudroit, su la ligne LK, élever au point M une perpendiculaire que l'on mesureroit, et pour avoir la superficie de ce triangle, on multiplieroit cette perpendiculaire par $\frac{mL}{2}$.

85. On circonscrit autant qu'on le peut, des rectangles aux figures inaccessibles endedans, comme à la figure $ABCD$...&c., dont la surface est de 1545,34, parce que les calculs sont toujours plus simples, et que la vérification se fait plus aisément. De plus, on peut faire rentrer en dedans toutes les perpendiculaires, en les faisant tomber sur Fig. 63.

Fig. 63. un des côtés, comme $A\,a$. Alors, on peut se dispenser de représenter d'autres lignes d'emprunts que celles qui se trouvent sur la base que l'on choisit ; car la surface que l'on trouve, en se servant de ces nouvelles lignes, doit être absolument la même : en effet, on trouve aussi 1545,34.

On peut même, si l'on veut, ne point faire paroître d'emprunts, en menant, par
Fig. 63ᵃ. exemple, à la ligne $A\,a$, une parallèle fE, qu'on regardera comme la base de toute l'opération, et en faisant tomber sur cette base toutes les perpendiculaires, comme si l'on avoit pu entrer dans cette figure avec l'équerre. La surface que l'on trouve par ce dernier procédé, est aussi de 1545,34, comme on l'a trouvée en calculant d'après les dimensions prises sur le terrein.

Pour avoir les distances $e\,d$, $d\,f$, on fera la proportion suivante, qui est fondée sur les propriétés des lignes proportionnelles :

$$33{,}2 : 5{,}4 :: 16{,}7 : x = 2{,}716 = e\,d.$$

On trouvera $d\,f$ par cette autre proportion :

$$33{,}2 : 5{,}4 :: 16{,}5 : y = 2{,}684 = d\,f.$$

On auroit pu trouver cette dernière quantité en retranchant 2,716 de 5,4 ; car les

deux espaces $e\,d$, $d\,f$, doivent nécessairement former la portion $c\,g$ de la ligne $c\,b$.

86. On peut aussi avoir la surface $A\,B\,C\,D\,E\,F\,G$, en lui circonscrivant un triangle rectangle $a\,b\,c$, que l'on calculera par le moyen de sa hauteur et de sa base, et du total, on soustraira les parties empruntées, qui sont des triangles et des trapèzes; le reste 355,28, sera la superficie demandée. Fig. 64.

Il faut avoir soin de vérifier si le quarré de l'hypoténuse $b\,c$ vaut le quarré de la ligne $a\,c$, plus celui de la ligne $a\,b$, comme cela arrive dans cet exemple.

Si quelqu'un des angles, comme D, par exemple, étoit inaccessible, on se trouveroit dans l'impossibilité de mesurer directement la perpendiculaire $d\,D$; mais on sera toujours à même de trouver la valeur de cette ligne, et de toute autre semblable, en se servant des moyens enseignés pour la mesure des distances inaccessibles.

87. *Remarque.* On n'est pas borné aux seules circonscriptions des rectangles, trapèzes et triangles; on peut circonscrire des polygones irréguliers de beaucoup de côtés, en se retournant toujours à angle droit, et en

ayant soin de faire ces côtés les plus longs possible, car moins on peut les multiplier, plus les opérations sont exactes.

88. Je crois que l'on est maintenant en état d'exécuter toutes les opérations qui sont du ressort de l'équerre, mais il est bon d'observer encore que lorsqu'une figure est disposée de manière qu'il faut faire des empruuts considérables, ou qu'il faut établir une multitude de petites bases pour suivre de près les sinuosités d'une grande figure, ce n'est pas sans défaut qu'on parvient à la mesurer.

Ces opérations de grande étendue, sont du ressort du *graphomètre*, avec lequel on parvient facilement à lever et connoître la superficie de toutes sortes de figures. Ce sera la matière du chapitre III. Nous allons continuer à nous occuper jusque-là de la pratique de l'équerre.

PROBLÈME DIXIÈME.

Mesurer le canton ABCDE, *borné par deux chemins, et connoître la continence de chaque pièce* AEML, LNOPQ...&c., *appartenantes à divers particuliers ?*

89. On peut avoir la superficie de chaque propriété, en les mesurant séparément ; mais il vaut mieux opérer de la manière suivante, qui est plus exacte. Fig. 65.

Commencez par faire le tour du canton à mesurer, et placez des jalons aux extrémités des différentes figures de chaque particulier; faites une esquisse grossière de ce canton, et mesurez-en la totalité, sans vous arrêter aux différentes divisions.

Pour cela, prenez la ligne $A B$ pour base de toute l'opération, et mesurez, en partant du point A, jusqu'au point a, où doit être élevée une perpendiculaire à l'angle D; mesurez cette perpendiculaire $a D$, sans vous arrêter, et en retournant au point a, mesurez du point D jusqu'au point y, où doit être élevée une perpendiculaire $y E$, que vous mesurerez; mesurez encore $y a$, et voyez si

la somme des deux parties Dy, ya, est égale à la ligne aD, mesurée d'une seule fois. Continuez à mesurer du point a au point b, où doit être élevée une perpendiculaire à l'angle c, et prenez les distances bB, bC; réunissez les parties mesurées sur la base AB, et voyez si elles se rapportent avec la somme que vous trouverez en mesurant cette base sans vous arrêter; enfin, calculez la superficie du canton $ABCDE$.

En supposant $Aa=15$, $ay=20$, $Ey=20$, $Dy=30$, $ab=60$, $bB=10$, et $bC=40$, on trouvera cette superficie de 3550.

Pour avoir la surface de chaque propriété, composant ce canton, élevez sur AB une perpendiculaire au point N, et une autre au point G; mesurez sN, sans vous arrêter, et en retournant au point s, prenez la distance du point N au point t, où doit être élevée une perpendiculaire tM; mesurez as, sL, Li, et avancez, en mesurant sur iG, jusqu'aux points k, l, m, n, où doivent être élevées des perpendiculaires aux extrémités P, O, R, S; mesurez aussi nG, et seulement les deux traverses Pk, lO. Faites la somme des quantités trouvées, en mesurant iG, et voyez si elles s'accordent avec bC, augmenté du

quatrième terme de cette proportion :

$$ab : aD - bC :: ib : x.$$

Si, par exemple, $as = 20$, $sL = 6{,}3$, $Li = 11$, on aura $ib = 22{,}7$, et la proportion ci-dessus sera $60 : 10 :: 22{,}7 : x$;

d'où l'on tire

$$x = \frac{227}{60} = 3{,}783;$$

c'est-à-dire, que

$$iG = 40 + 3{,}783 = 43{,}783.$$

Mesurez iQ, et portez-vous sur la perpendiculaire bC, sur laquelle vous avancerez, en mesurant jusqu'aux points c, d, e, où doivent être élevées des perpendiculaires aux extrémités K, I, H ; mesurez aussi la partie eC, et vérifiez si la somme de toutes ces quantités se rapporte à celle trouvée en mesurant bC d'une seule fois. Tout étant ainsi mesuré sur le terrein, on calculera la surface de chaque propriété de la manière suivante :

Pour calculer la surface de la figure $AEML$, cherchez d'abord la perpendiculaire tM, par cette proportion :

$$26 : 6{,}3 :: 10 : tM;$$

d'où l'on tire $tM = 2{,}423$.

Puis, en imaginant les perpendiculaires vM, $e'E$, vous aurez évidemment $e'E = 20$, $e'v = 42{,}423$, et $vM = 16$: on pourra donc calculer la surface de cette figure, puisqu'on connoîtra aussi $e'A = 5$, et $vL = 3{,}877$. Cette surface est égale à

$$(18 \times 42{,}423 + 8 \times 3{,}877 - 10 \times 5) = 744{,}63.$$

Pour avoir la surface de la figure $LNOPQ$, cherchez la distance $io' = sN +$ le quatrième terme de cette proportion :

$$is + lO : il - sN :: is : x,$$

ou

$$24{,}3 : 5 :: 17{,}3 : x;$$

d'où l'on tire $x = 3{,}559$: par conséquent, $io' = 29{,}559$. Calculez le quadrilatère $LNo'i$, le trapèze $ikPQ$, et le quadrilatère $ko'OP$; réunissez ces trois quantités, et vous aurez la surface cherchée de 596,69.

Pour calculer $EFRONM$, il est nécessaire de connoître ax, az, Fr, ir', $o'r'$ et mR; pour trouver ax, on a cette équation à résoudre :

$$ax = vM + \left(\frac{e'E - vM}{e'v}\right) \times av$$

$$= 16 + \frac{4 \times 22{,}423}{42{,}423} = 18{,}114.$$

Pour connoître az, il faut résoudre cette autre équation :

$$az = im + \frac{(ar - im).(mR + ai)}{Fr + ai + mR}$$

$$= 34 + \frac{4 \times 42,657}{50,657} = 34 + 3,368 = 37,368.$$

Si du facteur $(mR + ai)$ on retranche ai, la même équation fera connoître ir', car on a

$$ir' = im + \frac{(ar - im) \times mR}{Fr + ai + mR}$$

$$= \frac{34 + (4 \times 5,357)}{50,657} = 34,423;$$

et si l'on retranche io' de ir', on aura

$$o'r' = 4,864.$$

On trouvera la perpendiculaire

$$mR = \frac{lO \times Gm}{Gl} = \frac{7 \times 9,783}{12,783} = 5,357,$$

et celle

$$Fr = \frac{Dr \times yE}{Dy} = \frac{12 \times 20}{30} = 8.$$

Une fois ces distances connues, on calculera le trapèze $azr'i$, le quadrilatère $o'rRO$ et le quadrilatère $EFzx$; et si de la somme de ces trois quantités, on retranche celle

des quadrilatères $a x M L$, $L N i o'$, il restera la surface demandée de 819,78.

Puisqu'on connoît $a z$ et $i r'$, on connoît aussi $D r$ et $G r'$; ainsi, pour avoir la surface $F D G R = 485{,}75$, il ne s'agira que de multiplier, 1°. $(z D + r' G)$ par $\frac{a i}{2}$, 2°. $z D$ par $\frac{F r}{2}$, 3°. $r' G$ par $\frac{m R}{2}$.

Pour calculer la superficie des autres figures, on imaginera $o P p$ parallèle à $i G$, et on cherchera, comme ci-dessus, la largeur de chacune de ces figures sur les lignes op, bC, ainsi que les distances nS, cK, dI, eH. Ces dimensions étant trouvées et écrites sur le canevas, comme on les voit sur cette figure, on trouvera $Q P K B = 422{,}85$, $P O I K = 240{,}76$, $O S H I = 146{,}5$ et $S G C H = 93{,}06$.

Toutes ces quantités réunies donnent une somme précisément égale à celle qu'on a trouvée en mesurant tout le canton sans s'arrêter aux divisions (1).

---

(1) Si le terrein présentoit trop de difficultés pour prendre tout le canton à la fois, on pourroit mesurer séparément chaque champtier ou réage qui se laboure

On observera, sans doute, que le calcul qu'il faut faire pour connoître la superficie de chaque propriété, est aussi long que si l'on avoit mesuré chaque pièce séparément; on répondra à cette objection, qu'il y a des cas où le calcul s'abrège considérablement; que d'ailleurs, l'opération sur le terrein étant moins longue et moins compliquée, il en résulte nécessairement plus d'exactitude (*voyez le n°.* 139).

Des Terreins inclinés à l'horizon.

90. Avant de mesurer un terrein incliné, il faut examiner si sa continence n'a pas été déterminée par un arpentage antérieur, et quelle est la méthode qu'on a suivie afin de l'employer encore. S'il n'a pas été fait d'arpentage du terrein qu'on se propose de mesurer, il ne faut pas en chercher la superficie, comme s'il étoit parallèle à l'horizon; il faut au contraire suivre une méthode qui donne en général un produit de culture propor-

---

du même sens, et faire ensuite dans chacun les opérations nécessaires pour être en état de calculer la superficie de chaque propriété particulière.

tionnel à la mesure. Or, comme un terrein ne produit que selon son étendue de niveau, il s'ensuit que l'arpentage d'un champ en pente doit toujours se réduire à l'étendue de sa base productive, c'est-à-dire, au plan horizontal de cette base ; c'est à quoi un arpenteur doit bien faire attention.

91. Quand la pente n'est pas considérable, l'arpenteur peut se contenter, lorsqu'il mesure en montant, de lever la main dans la hauteur du piquet du porte-chaîne, et lorsqu'il mesurera en descendant, le même porte-chaîne lèvera la main dont il tiendra le piquet, dans la hauteur horizontale du genou de l'arpenteur, pour ensuite laisser tomber ce piquet perpendiculairement ; mais il faudra avoir recours à d'autres moyens lorsque l'inclinaison sera trop considérable.

92. On demandera peut-être pourquoi l'on ne mesure pas le terrein tel qu'il se trouve ; on répondra, avec *Montesson* et plusieurs autres, que les productions des champs s'élevant verticalement, il est suffisamment démontré qu'il ne croîtra pas plus de plantes sur un terrein incliné que sur son étendue horizontale. Le cultivateur se trouveroit

veroit donc lésé s'il calculoit sur la récolte d'une surface en pente, comme sur celle d'une pareille surface de niveau.

Si les plantes croissoient perpendiculairement à l'inclinaison des terreins, comme en *a*, une surface courbe *A C B*, contiendroit plus de plantes que sa base *A B*. Fig. 66. Dans ce cas, l'étendue productive d'un champ incliné seroit la même que sa surface réelle; mais comme il est bien démontré, ainsi que nous venons de le dire, que toutes les plantes s'élèvent verticalement, il est évident qu'il ne tiendra pas plus de plantes perpendiculaires à l'horizon sur cette courbure que sur sa base. On remarque même, que la récolte est moins abondante sur un terrein en pente, dont la surface est réduite à l'horizon, que sur une même quantité de terrein plat, parce qu'un terrein horizontal peut être plus facilement et mieux semé qu'un terrein incliné où la semence ne se trouve pas toujours répandue également, et dont l'engrais est entraîné par les pluies.

On voit que les terreins inclinés, comme les enfoncemens, les élévations des montagnes, en donnant réellement une plus grande étendue de surface à la terre, ne la rendent

pas capable de contenir plus d'objets perpendiculaires à l'horizon, que s'ils étoient par-tout comme la surface d'une mer tranquille. Il est donc de toute nécessité de réduire la surface d'un terrein incliné à sa surface productive. En effet, l'acquéreur, soit en fonds, soit en superficie, n'achète cher que par la proportion du terrein : or, il est certain que cette proportion est bien moindre pour les terreins situés sur la rampe des coteaux, puisqu'il n'y vient pas plus de plantes que sur leurs bases horizontales.

Il s'agit maintenant de pouvoir réduire une superficie inclinée à sa superficie productive. Je ne me servirai pas encore de la méthode générale, qui exige la connoissance des angles; mais en attendant, voici comment on peut mesurer ces sortes de terreins.

Fig. 67. 93. Lorsque la pente est trop considérable pour suivre le procédé du n°. 91, on prendra une règle DK, de deux ou trois mètres de longueur. A cette règle tiendra un niveau P, afin de mesurer les distances selon une ligne horizontale, et un plomb C à l'un de ses bouts pour marquer sur le terrein

l'extrémité de chacune des portées successives.

Pour mesurer avec cette règle, on posera l'extrémité *K* au sommet de la distance dont on voudra connoître la longueur horizontale; on mettra cette règle de niveau, et en même temps on fera monter ou descendre le plomb *C*, jusqu'à ce qu'il marque précisément l'endroit où il faut poser l'extrémité *K* de la règle pour une nouvelle portée. C'est ainsi qu'en allant toujours de haut en bas, on mesurera la longueur des lignes inclinées, en y apportant beaucoup d'attention.

Soit, par exemple, la figure *A B C D*, sur une pente assez considérable. On prendra *A B* pour base, et on élèvera, soit directement, soit par le procédé du n°. 243, les perpendiculaires *E D*, *F C*; ensuite, on mesurera *BF*, *FC*, *FE*, *ED* et *EA*, afin de connoître la superficie de cette figure. Fig. 68.

Pour mesurer ces lignes horizontalement, on posera l'extrémité *K* de la règle au point *B*, qui est le plus haut de la ligne *A B*; cette règle étant mise de niveau, et dans la direction du point inférieur *A*, on fera descendre ou monter le plomb *C*, jusqu'à ce

qu'il indique, sur la rampe, la longueur de la règle, que l'on nomme *portée*.

On viendra au point 1 poser bien exactement l'extrémité *K* de la règle, que l'on arrangera de la même manière, pour avoir sur *AB* l'extrémité 2 de la seconde portée. On continuera de même sans s'arrêter jusqu'au point *F* où doit être élevée la perpendiculaire *FC*, et après avoir écrit sur le canevas le nombre des portées trouvées de *B* en *F*, et que je suppose de 4,75, on mesurera toujours de la même manière, les lignes *FC*, *FE*, *ED*, *EA*.

La valeur horizontale de ces différentes lignes étant figurée à mesure sur le canevas, on pourra calculer la superficie de cette figure, et de toute autre semblable, par la méthode ordinaire.

94. *Remarque.* Il arrive rarement que deux arpenteurs s'accordent précisément en mesurant le même terrein : la différence qu'il y a entre les résultats de leurs opérations, vient le plus souvent de ce qu'ils n'ont point suivi exactement les mêmes limites ; de ce que les chaînes ne sont pas précisément de la même longueur, ou de ce qu'elles ne sont pas toujours tendues égale-

ment ; enfin, de ce que l'un d'eux n'est pas allé en ligne droite, ou a négligé des fractions d'un certain ordre dans le calcul. Toutes les fois qu'on aura égard à ces différentes choses, les résultats des opérations se trouveront nécessairement les mêmes ; d'ailleurs, quand les calculs de deux arpenteurs ne diffèrent que de quelques mètres quarrés sur nn arpent, on regarde leurs opérations comme justes.

Des lignes courbes.

95. Qnoiqu'il y ait peu de champs terminés par des lignes courbes, il est cependant bon qu'un arpenteur sache trouver la superficie de ces sortes de figures, soit pour sa satisfaction, soit pour faire le plan d'un jardin, d'un parc, dont quelques parties sont circulaires ; d'ailleurs, ce n'est point sortir des bornes de l'arpentage, puisque le cercle est une figure plane, bornée d'une seule ligne courbe, qui renferme une surface.

On sait que le cercle contient deux parties dépendantes l'une de l'autre ; savoir, le *diamètre* et la *circonférence* : que quand l'une de ces parties est connue, on connoît

aussi l'autre, par le rapport constant qui existe entr'elles.

Archimède a trouvé et démontré que le rapport du diamètre à la circonférence est à-peu-près celui de 7 à 22; comme ce rapport est un peu trop petit, il donne une circonférence un peu plus grande qu'elle n'est en réalité; par exemple, si le diamètre est 800, la circonférence sera à-peu-près d'une unité trop grande; car en se servant de ce rapport, on trouve une circonférence plus grande que la véritable, d'environ la huit-centième partie du diamètre donné.

Adrien Métius a trouvé que ce rapport pouvoit être exprimé par les nombres 113 et 355.

On se sert assez souvent de celui de 1000 à 3142, parce que le nombre qui exprime le diamètre n'étant que l'unité suivie de zéros, il dispense d'une multiplication et d'une division. Si l'on sait, par exemple, que le diamètre d'un cercle est 500, on aura la circonférence de ce cercle par cette proportion:

$$1000 : 3142 :: 500 : x = 1571;$$

et réciproquement, si l'on connoissoit la circonférence, on auroit le diamètre en disant:

$$3142 : 1000 :: 1571 : y = 500.$$

Comme il n'est pas aisé de mesurer une circonférence sur le terrein, sur-tout lorsque le cercle est grand, il est plus expédient de chercher le diamètre, comme il suit :

Si l'on demande, sur le terrein, le diamètre de la circonférence $A\,B\,C\,A$; on posera une équerre sur une partie de la circonférence, telle que B, et on prolongera les lignes $B\,A$, $B\,C$ que les rayons visuels indiqueront : les deux endroits où ces rayons couperont la circonférence, seront les deux extrémités du diamètre demandé : en effet, l'angle $A\,B\,C$ est droit par la construction, et comme il a son sommet à la circonférence, ses côtés sont appuyés sur le diamètre $A\,C$. Fig. 69.

On peut aussi trouver ce diamètre en cette manière :

Mesurez une corde $B\,C$ à volonté, et du milieu F, élevez la perpendiculaire $F\,D$, que vous prolongerez en E, pour avoir le diamètre $E\,D$ (*voyez le n°.* 247). Fig. 70.

PROBLÈME ONZIÈME.

Trouver la superficie d'un cercle dont le diamètre est connu ?

96. Si le diamètre est de 15 perches, on fera cette proportion (95) :

$$7 : 22 :: 15 : \frac{22 \times 15}{7} = 47,14$$

pour la circonférence de ce cercle ; multipliant cette circonférence par le quart du diamètre, ou par la moitié du rayon (31), on a

$$47,14 \times \frac{15}{4} = 176,78$$

pour la surface demandée.

Si l'on n'avoit connu que la circonférence, on auroit cherché le diamètre par cette autre proportion :

$$22 : 7 :: 47,14 : \frac{47,14 \times 7}{22} = 15$$

pour le diamètre qu'il falloit trouver (*voyez le n°.* 248).

PROBLÈME DOUZIÈME.

Trouver, à très-peu-près, la surface d'une ellipse dont on connoît le grand et le petit axe.

97. Si le grand diamètre d'une ellipse = 6 et le petit = 2, on cherchera une moyenne proportionnelle entre ces deux nombres par la proportion $6 : x :: x : 2$, d'où l'on tire $x^2 = 12$; c'est-à-dire, que le quarré de cette moyenne proportionnelle est égal au produit de ces axes; donc elle est égale à la racine quarrée du produit de ces mêmes axes : cette racine est 3,4641.

Il ne s'agit plus actuellement que de chercher la surface d'un cercle dont le diamètre est 3,4641 : cette surface, qui est aussi celle de l'ellipse (32), = 9,42.

98. On n'a pas toujours des cercles entiers à mesurer, on n'a quelquefois que des portions de cercle. Le cercle se divise en deux parties, dont une se nomme *secteur*, et l'autre *segment*.

Le secteur est une partie ABC de la circonférence, plus ou moins grande que le demi-cercle, terminée par deux rayons. Fig. 71.

Le segment est aussi une partie DEF de la circonférence, plus ou moins grande que le demi-cercle, terminée par une corde.

La méthode géométrique que l'on suit pour mesurer ces portions de cercle, exigeant que l'on sache prendre la valeur de l'angle CAB, je n'en parlerai qu'au n°. 119.

Comme les problêmes que l'on pourroit donner sur les lignes circulaires, seroient plus curieux qu'utiles, je terminerai ici les opérations de l'arpentage sur le terrein, qui sont du ressort de l'équerre, pour passer à celles que l'on fait avec le graphomètre.

CHAPITRE III.

Usage du Graphomètre.

PROBLÊME PREMIER.

Mesurer la grandeur d'un angle sur le terrein?

99. Il peut arriver qu'il soit possible d'aller au sommet de l'angle, ou qu'il ne soit pas possible d'y aller.

Premier cas. Soit l'angle BAC dont on veut connoître la grandeur. Faites mettre un piquet C sur le côté AC de cet angle, et un autre piquet B sur le côté AB; mettez ensuite le trépied au point A, et posez le graphomètre sur son pied, de manière que le centre réponde au sommet de l'angle A (ce qui se fait facilement au moyen d'un petit plomb attaché au centre avec un fil); mettez le plan de votre instrument bien horizontal avec un petit niveau, que vous poserez sur le limbe, jusqu'à ce que le plomb tombe précisément au milieu de la ligne BC(1). Fig. 72. Fig. 73.

(1) Quand on mesure les angles sur le terrein, on ne sauroit trop prendre de précautions pour déterminer

Votre instrument étant ainsi disposé, dirigez le rayon visuel $A'D$ de l'alidade fixe, par exemple, sur Cc, et assurez le graphomètre dans cette position, en serrant la vis qui est à son genou : faites tourner l'alidade mobile $A''E$ jusqu'à ce que vous apperceviez le second piquet Bb. L'arc du demi-cercle du graphomètre qui se trouve compris entre le diamètre $A'D$ et l'alidade mobile $A''E$, sera la valeur de l'angle qu'il falloit mesurer : en effet, $bac = BAC$.

Si la ligne tracée au milieu de l'alidade mobile, et qui répond au centre, tombe précisément sur un degré du limbe de l'instrument, il ne s'agira que de compter le nombre des degrés compris entre D et E ; si elle marque quelque chose au-delà, cet arc contiendra des degrés et minutes que l'on trouvera par le n°. 51.

---

la position horizontale de l'instrument ; car si, en me-
Fig. 71. surant l'angle horizontal bac, le plan du graphomètre se trouve dans le rayon visuel ad, au-dessus ou au-dessous de l'horizon de la ligne ac, il est évident que l'angle bad qu'on observera, ne sera pas égal à l'angle bac. Si l'on n'y faisoit pas attention, on trouveroit nécessairement une différence, dont l'arpenteur, peu pénétré des principes de son art, ne sauroit reconnoître la cause.

Après avoir écrit la valeur de cet angle sur un morceau de papier, ou dans l'angle même, on regardera de nouveau, avant de déranger l'instrument, si les deux rayons visuels se rapportent précisément aux deux lignes qui forment l'angle, et si cet angle contient le nombre des degrés écrits sur le canevas.

Deuxième cas. Mettez deux jalons *b* et *d* à égale distance de la ligne *A B*, et deux autres jalons *c* et *e* aussi à égale distance de la ligne *A C*; prolongez les rayons *bd*, *ce* jusqu'à leur rencontre en *a*, et prenez à ce point la valeur de l'angle *b a c* = l'angle *B A C*. On n'est point tenu de faire cette opération en dehors, on peut également la faire en dedans de l'angle à mesurer. Fig. 75.

Si cette méthode n'est point praticable, des points *B* et *C*, pris à volonté sur les côtés *A B*, *A C*, menez la droite *B C*, et mesurez les angles *A B C*, *A C B*, que je suppose accessibles; retranchez la somme de ces deux angles de 200 degrés, vous aurez la valeur de l'angle *B A C*; car la somme des trois angles de tout triangle rectiligne, vaut toujours deux droits.

S'il est impossible de mesurer les angles *B* et *C*, on prolongera les côtés *A B*, *A C*,

vers E et D; on mènera la ligne DE à volonté, et on mesurera les angles en D et en E, dont la somme retranchée de 200 degrés, donnera la valeur de l'angle cherché.

100. *Remarque.* Il faut faire attention en regardant par les pinules des alidades, de viser bas, et le plus près du limbe qu'il est possible, car c'est sur le limbe que l'angle se forme; mais comme dans les graphomètres ordinaires, il n'est pas possible de mesurer de cette manière les angles depuis environ 190° jusqu'à 200°, à cause des alidades fixes, ces sortes d'angles se mesurent en deux parties, toutes les fois que cela est possible.

Fig. 76. Soit à mesurer l'angle BAC plus grand que 190°; faites mettre un piquet à-peu-près au milieu D, et mesurez les angles BAD, CAD (99), dont la somme sera évidemment égale à BAC. Si l'on a trouvé BAD de 96° 20′, et CAD de 98° 24′, l'angle BAC sera de 194° 44′. (*Voyez le n°.* 249.)

On ne peut guère compter sur la justesse d'une opération lorsque l'on s'est servi d'angles au-dessous de 15°, ou d'angles au-dessus de 150°. Il en est de même lorsqu'on prend

une base qui n'est pas au moins la dixième partie de la longueur à mesurer.

Quand on ne peut approcher de l'objet qu'on veut mesurer, pour éviter les angles trop aigus, aussi bien que ceux trop obtus, il faut prendre une base qui soit à-peu-près parallèle à cet objet.

PROBLÊME DEUXIÈME.

Sur une ligne droite, donnée sur le terrein, décrire un angle d'une grandeur déterminée, et qui ait son sommet en un point donné sur cette même ligne ?

101. Soit la ligne AE sur laquelle il faut décrire un angle, par exemple de 80 degrés, et qui ait son sommet au point B. Faites mettre un piquet C sur la ligne AE, et posez votre graphomètre bien horizontalement au point B (99); dirigez l'alidade fixe sur le piquet C, et assurez cet instrument dans cette position. Tournez ensuite l'alidade mobile, jusqu'à ce que l'arc du demi-cercle compris entre elle et l'alidade fixe soit de 80 degrés. Faites planter un piquet D dans la direction du rayon visuel qui passe par les deux pinules qui sont à l'extrémité de cette Fig. 77.

alidade mobile ; enfin, faites tirer du point *B* au pïquet *D* une ligne droite indéfinie *BD*, et vous aurez l'angle *DBE* de 80 degrés, comme on l'a demandé.

Si l'on vouloit faire au point *B*, sur la ligne *AE*, un angle égal à celui *gFk* donné sur le terrein, on mesureroit cet angle donné, et lorsqu'on auroit le nombre des degrés qu'il contient, on seroit dans le cas précédent.

PROBLÈME TROISIÈME.

D'un point donné sur une ligne droite, située sur le terrein, élever une perpendiculaire à cette ligne ?

102. Pour élever une perpendiculaire avec le graphomètre, il ne s'agit que de faire répondre le rayon visuel de l'alidade mobile bien exactement sur le centième degré ; d'assurer cet instrument dans cette position, et opérer ensuite comme avec l'équerre.

Fig. 78. Il peut arriver que le point *D*, par lequel doit passer cette perpendiculaire, ne puisse s'appercevoir du point sur lequel elle doit tomber. Si l'on ne veut point avoir recours à la méthode du n°. 243, qui pourroit quelquefois

quefois être insuffisante, on peut opérer de la manière suivante :

Faites mettre un piquet au point D ; choisissez sur la ligne AB un point quelconque C, duquel vous puissiez appercevoir le point D, et mesurez l'angle BCD avec le graphomètre. Mettez ensuite un piquet en C, et transportez-vous avec votre graphomètre au point D : dirigez l'alidade de cet instrument sur le point C, et faites un angle CDE égal à la différence de l'angle BCD ou ECD à 100 degrés ; alors l'angle CED sera nécessairement droit, et la ligne ED, qui passe par le point D, sera perpendiculaire sur AB.

Si, par exemple, l'angle ECD a été trouvé de 52° 15′, il faudra faire l'angle CDE de 47° 85′.

S'il falloit élever du point B, duquel on ne peut approcher, une perpendiculaire BD sur la ligne AB, on meneroit une ligne AC faisant avec AB un angle quelconque BAC; on mesureroit la grandeur de cet angle, et on avanceroit sur AC jusqu'à ce qu'on pût faire un angle ACB égal au complément de BAC. Le point C seroit un de ceux de la perpendiculaire, car l'angle en B seroit droit. Si, par exemple, on fait l'angle BAC de 60°, il faudra avancer sur AC, jusqu'à ce que Fig 79.

l'angle ACB soit de 40°. Une fois le point C déterminé, on pourra prolonger cette perpendiculaire aussi loin qu'on voudra, en faisant planter des jalons dans l'alignement qu'indiquera le rayon visuel des pinules de l'alidade dirigée sur le point B. (*voyez la fin du n°.* 105.)

PROBLÈME QUATRIÈME.

Par un point donné hors d'une ligne droite, mener sur le terrein une parallèle à cette ligne ?

103. Au lieu de la pratique du n°. 71, on peut se servir de celle-ci, qui est aussi simple :

Fig. 80. Si l'on veut mener par le point C une parallèle à la ligne AB, qui est connue sur le terrein, on mettra un piquet au point C, et on posera un graphomètre sur un point quelconque E de la ligne AB, afin de mesurer l'angle AEC, formé par la ligne AE et le rayon CE; ensuite, on mettra un piquet à la place du graphomètre, et on reviendra au point C faire sur le rayon CE, un angle égal à celui AEC. Le côté CD de cet angle sera la parallèle demandée, puisque les angles alternes internes, a et b, sont égaux. (*voyez le n°.* 105.)

PROBLÈME CINQUIÈME.

Mesurer la distance entre deux objets A *et* B, *auxquels il est impossible d'aller directement de l'un à l'autre ?*

104. Menez une ligne AC, telle qu'on puisse aller du point A au point C, et que de l'extrémité C on puisse appercevoir les objets A et B; prenez la valeur de l'angle BAC, et mesurez la ligne AC (1): observez l'angle ACB, et vous trouverez la distance AB par la règle du n°. 39, puisque dans le triangle ABC vous connoîtrez les angles et le côté AC. (*voyez le n°.* 250.) Fig. 81.

Si la ligne AB est inaccessible à ses deux extrémités, choisissez, à quelque distance du point A, sur un terrein en plaine, deux points C et D, d'où vous puissiez appercevoir les deux extrémités A et B de la ligne à mesurer; observez au point C les angles que font avec CD les lignes AC, Fig. 82.

(1) Cette distance doit être au moins la dixième partie de la ligne AB (100); si elle en formoit les deux dixièmes ou le quart, l'opération n'en seroit que plus juste.

CB; mesurez la distance CD, qui doit vous servir de base, et prenez au point D la valeur des angles ADC, ADB.

Cela posé, on connoîtra dans le triangle BCD les angles et le côté CD; on pourra donc calculer le côté CB par ce qui a été dit (39).

Pareillement, dans le triangle ACD, on connoîtra les angles et le côté CD; ainsi on pourra, par le même principe, calculer le côté AC.

Enfin, on considérera un troisième triangle ABC, dans lequel on connoît deux côtés et l'angle compris entre ces côtés; on trouvera donc le côté inconnu AB, par la règle du n°. 41. (*voyez le n°. 252.*)

Si l'on ne pouvoit mesurer commodément la base CD, on feroit, pour déterminer cette distance, les mêmes opérations qu'on vient de faire pour avoir AB.

Il est facile de concevoir qu'une seule base étant mesurée, on peut, en ne mesurant plus que les angles, passer de triangle en triangle, et fixer la position respective de tous les points d'un pays; c'est ainsi qu'a été construite la carte de France dirigée par *Cassini.* (*voyez Topographie.*)

PROBLÊME SIXIÈME.

Par un point donné sur le terrein, mener une parallèle à une ligne inaccessible?

105. S'il faut mener par le point A, donné sur le terrein, une parallèle à la ligne BC, de laquelle on ne peut approcher, on remarquera sur cette ligne deux points D et E que l'on puisse reconnoître, et l'on prendra un point F à volonté, tel cependant qu'on puisse y aller directement du point A, et que de ce point F on apperçoive les points remarqués D et E. Fig. 83.

Cela fait, prenez la valeur des angles EAF, DAF, et mesurez la distance AF, ainsi que les angles AFD, AFE. Au moyen de ces opérations, calculez les deux côtés AD, AE, et cherchez l'angle AED, du triangle ADE.

Faites au point A un angle EAG égal à l'angle AED, et menez la ligne indéfinie AG, qui sera la parallèle demandée. (*voyez le n°.* 253.)

S'il falloit abaisser du point A, pris hors d'une ligne inaccessible DF, une perpen- Fig. 84.

diculaire à cette ligne, on voit aisément qu'il faudroit mener par ce point *A* une parallèle à la ligne *DF*; puis, du même point *A*, élever sur *BC* une perpendiculaire *AE*, qui seroit la ligne demandée.

106. *Remarque.* On peut par les mêmes moyens trigonométriques, mesurer la hauteur de toutes sortes d'objets accessibles ou inaccessibles. Comme cette partie, qu'on nomme *altimétrie*, pourra quelquefois être utile à un arpenteur qui voudroit connoître la hauteur d'une montagne, d'une tour, &c. pour les indiquer sur le plan, je vais dire tout ce qu'il est nécessaire de savoir pour cet objet, en observant que dans toutes ces opérations il ne faut pas s'éloigner de plus de deux fois la hauteur à mesurer, parce que l'angle du point d'observation deviendroit trop aigu pour que le calcul fût juste.

PROBLÊME SEPTIÈME.

Mesurer la hauteur d'un objet accessible, et dont le pied est de niveau avec l'endroit auquel on est placé?

107. Pour avoir la hauteur d'un objet AD accessible, et dont le pied est de niveau au terrein sur lequel on est placé, choisissez un point quelconque E, duquel vous puissiez aller directement au point D: placez un graphomètre à ce point E, et disposez son diamètre de manière qu'il soit bien vertical (1); fixez-le dans cette position, et dirigez ensuite l'alidade mobile vers le point A, afin de connoître la valeur de l'angle AGF, et celle de son supplément Fig 85.

(1) Ce qui est facile, au moyen d'une ligne d'à-plomb, qui n'est autre chose qu'un fil, à l'extrémité du quel on attache un plomb. On passe ce fil dans un petit trou, pratiqué à l'extrémité du diamètre, et dans le milieu où répond une ligne tracée, que l'on nomme *ligne d'à-plomb :* on le laisse mouvoir librement le long de cette ligne, et on juge que le diamètre est bien perpendiculaire à l'horizon, lorsque le petit plomb qui est au bas du fil le fait tomber exactement dans la ligne d'à-plomb.

AGH; enfin, mesurez la distance $ED=GH$.

Au moyen de ces opérations, vous connoîtrez dans le triangle AGH, rectangle en H, le côté GH, l'angle H, qui est droit, et l'angle AGH; ainsi (36), on connoîtra le côté AH, auquel ajoutant la hauteur EG de l'instrument, on aura celle cherchée AD.

Supposons l'angle AGF de 78° 24′, et le côté ED de 13,24; on aura l'angle AGH de 21° 76′, et l'angle GAH = l'angle AGF, sera de 78° 24′; on aura donc

sin. 78° 24′ : sin. 21° 76′ :: 13,24 : AH,

et par logarithmes,

Comp^t. Arith. Log. sin. 78° 24′ = 0.0258794
Log. sin. 21° 76′ = 9.5252891
Log. 13,24.... = 1.1218880

Log. AH = 0.6730565 = 4,71;

donc, la hauteur AD = 4,71 + la hauteur EG, de l'instrument.

Fig. 86. 108. Si le terrein n'étoit point de niveau avec le pied B, on prendroit un point D à volonté, mais cependant tel qu'on pût aller directement de ce même point à l'endroit B, et après avoir remarqué sur la tour un point G à la hauteur de l'instrument, on placeroit un graphomètre en D pour observer l'angle

AFG; puis on mettroit le diamètre de l'instrument dans une position verticale pour prendre la valeur de l'angle $AFE = FAG$; enfin, on mesureroit la distance $DB = FG$.

Par ces opérations, on connoîtroit les angles et le côté FG du triangle AGF, ce qui est suffisant pour connoître le côté AG, auquel ajoutant la hauteur $FD = BG$, on auroit celle AB.

On pourroit tout de suite mettre l'instrument dans une situation verticale pour prendre l'angle AFE, et tourner ensuite l'alidade mobile jusqu'à ce qu'on apperçût le point G remarqué, pour mesurer l'angle AFG.

PROBLÈME HUITIÈME.

Mesurer la hauteur d'un objet inaccessible, dont le pied est de niveau avec l'endroit auquel on est placé ?

109. On est à l'endroit D qui est de niveau avec le pied C d'un objet AC auquel on ne peut aller, et dont on veut cependant connoître la hauteur. Fig. 87.

Placez un graphomètre en un point D, et

disposez son diamètre bien verticalement pour mesurer l'angle AGO, formé par la verticale GO, et par le rayon visuel AG.

Transportez ensuite votre instrument en un point quelconque E, pris à une distance convenable du point D, et dans l'alignement de l'horizontale DC; enfin, prenez la valeur de l'angle AFP, et mesurez la distance $ED = FG$.

Par ce moyen, vous connoîtrez, 1°. dans le triangle AFG, le côté FG, l'angle AFG, complément de AFP, et l'angle AGF, égal l'angle AGO plus 100 degrés; on trouvera donc le côté AG (39).

2°. Dans le triangle ABG, vous connoissez le côté AG que vous venez de trouver, l'angle AGB, complément de AGO, et l'angle B qui est droit. Ainsi, on aura le côté AB par le même principe; et si à ce côté on ajoute la hauteur CB de l'instrument, on aura celle de l'objet AC. (*voyez le n°.* 254.)

Fig. 88. 110. Lorsque la hauteur inaccessible à mesurer ne sera point de niveau avec le point C, auquel on est placé, on prendra la valeur des angles BFD, AFD; ensuite, on fera mettre un piquet en un point quel-

conque E, tel cependant qu'on puisse y aller directement du point C, et on mesurera l'angle AFG; enfin, après avoir mesuré la distance $CE = FG$, on prendra la valeur de l'angle AGF, et tout sera fini sur le terrein; car, 1°. dans le triangle AFG on connoîtles angles et le côté FG; ainsi, on trouvera le côté AF par la règle du n°. 39.

2°. Dans le triangle ABF, on connoît le côté AF, qu'on vient de trouver, avec les angles en B et en F; donc, on trouvera le côté AB par le même principe.

De la mesure des terreins qui ne sont point d'une trop grande étendue.

111. Avant de mesurer un terrein quelconque, il faut, comme nous l'avons déjà dit, commencer par examiner sa forme; compter le nombre de ses côtés et en faire le canevas, c'est-à-dire, tracer au hasard sur le papier une figure qui ait le même nombre de côtés à-peu-près disposés de la même manière.

Dans toutes les solutions suivantes, il est supposé qu'on n'entreprendra de mesurer un terrein quelconque, qu'après en avoir fait le canevas.

PROBLÈME NEUVIÈME.

Trouver la surface de la figure ABCD?

Fig. 89. 1d 2. Mesurez, en partant du point A la longueur de la ligne AB, et prenez la valeur de l'angle ABC. Mesurez la ligne BC, et prenez la grandeur de l'angle BCD; enfin, mesurez la ligne CD, et vous aurez ce qui est nécessaire pour connoître la surface de cette figure; car, si l'on imagine les perpendiculaires FD, EA abaissées sur le côté BC prolongé, on connoîtra dans le triangle rectangle CFD, le côté CD, l'angle droit F, et l'angle DCF, supplément de BCD: par conséquent, on pourra calculer CF et FD; et par un raisonnement semblable, on déterminera AE et BE. Ces lignes une fois connues, il ne s'agira plus, pour avoir la superficie de cette figure, que de multiplier EF par la moitié de la somme des deux perpendiculaires AE, DF, et de retrancher du produit la superficie des deux triangles CFD, AEB.

Si l'on a trouvé, par exemple, le côté AB de 18 perches, l'angle ABC de 115°, le côté CB de 105 perches, l'angle BCD

de 126° et le côté CD de 35 perches, on aura l'angle $\measuredangle BE$ de 85° et l'angle BAE de 15°. Au moyen de ces angles et du côté AB, on trouvera, en opérant suivant la règle du n°. 34, que les côtés AE, BE sont respectivement de 17,5 et 4,2.

Puisque l'angle BCD vaut 126°, son supplément DCF sera de 74°, et l'angle CDF vaudra 26°, et comme l'hypoténuse CD est aussi connue, on trouvera, par les mêmes principes, que les côtés CF, FD sont de 13,9 et 32,12. Ces dimensions étant ainsi connues, on fera la somme des hauteurs AE, DF, ce qui donnera 49,62 qu'on multipliera par la moitié de la ligne EF, et du produit 3054,111 on retranchera les deux triangles AEB, CFD, dont la somme $=259,984$. Le reste, 2794,127, ou 27 arpens 94 perches 13 mètres quarrés, sera la superficie demandée.

On peut aussi trouver les côtés AE, BE, CF, FD, en se servant des tables des hypoténuses. Ces tables sont très-commodes, car lorsqu'on connoît l'hypoténuse et l'un des angles aigus, on trouve, sur-le-champ, les deux autres côtés; elles ont encore de

l'avantage sur celles des logarithmes dans certains cas (1). (*voyez le n°. 255.*)

PROBLÈME DIXIÈME.

Trouver la surface de la figure ABCDE...&c.

Fig 90. 113. Après avoir pris la valeur de l'angle BAZ; on mesurera la ligne AB; on prendra la valeur de l'angle ABC, et on mesurera BC; on observera l'angle BCD, et on mesurera CD; enfin, on continuera de la même manière, jusqu'à ce que l'on soit parvenu au point A, et comme alors l'opération sera finie sur le terrein, on connoîtra la superficie de cette figure comme il suit :

Regardez la ligne AB comme la base de toute l'opération que vous allez faire ; prolongez cette base, et imaginez les perpendiculaires LZ, ND, OC élevées aux points Z, D et C. Alors, dans le triangle rectangle ALZ vous connoîtrez le côté AZ, l'angle LAZ, supplément de BAZ, et l'angle

(1) La section géométrique du cadastre s'occupe de construire ces sortes de tables, d'après la nouvelle division du cercle.

en L qui est droit; donc (34) vous aurez les lignes AL, LZ.

Dans le triangle BOC, on connoîtra le côté BC, l'angle droit O et l'angle CBO, supplément de ABC; donc, on aura encore les lignes OC, OB par le même principe.

Sur la perpendiculaire imaginée ND, si vous concevez une autre perpendiculaire PC élevée au point C, vous aurez un triangle rectangle CPD, dans lequel vous connoîtrez le côté CD, l'angle droit P et l'angle CDP, supplément de CDE, ce qui est suffisant (34) pour connoître les côtés CP et PD. En imaginant encore une perpendiculaire QI, élevée au point I, on aura $NQ=LZ$, à cause des parallèles (1); on a également $NP = OC$, $NO = PC$ et $LN = ZQ$. Si à NP on ajoute PD, on aura la perpendiculaire ND, et comme on connoît OC, ON et OB, on trouvera la surface du quadrilatère $BCDN$: on a aussi les données nécessaires pour connoître celle du trapèze $AZQN$. Sur la ligne IZ, imaginez une perpendiculaire HM abaissée du point H,

(1) La ligne IZ est supposée dans l'alignement de la perpendiculaire QI.

vous aurez un triangle rectangle HMI, dans lequel vous connoîtrez le côté IH, l'angle droit M et l'angle HIM que vous avez observé ; ainsi, vous aurez les côtés HM, IM. En retranchant IM de IZ, il restera MZ qui ôté de ZQ, donnera QM pour reste, et en supposant que sur la ligne ND, prolongée en V, on abaisse une perpendiculaire RH, on aura $RQ = HM$ et $RH = QM$, à cause des parallèles ; donc, on trouvera la surface $QRHI$. Si l'on imagine la perpendiculaire SF élevée au point F, on aura deux triangles rectangles ESF, FSV ; le premier fera connoître les distances ES, SF, et au moyen du second, on déterminera le côté SV. Si l'on ajoute ES à SV, on aura la ligne EV, qu'on multipliera par la moitié de SF pour avoir la surface du triangle EFV.

Enfin, en imaginant encore une perpendiculaire xG, élevée au point G, on aura le triangle rectangle GxH, dans lequel on connoîtra les angles et le côté GH. Ainsi, on trouvera les côtés Hx et xG ; par conséquent, Rx sera aussi connu. Donc, on trouvera la surface du trapèze $RxGV$ et celle du triangle GxH.

Comme les quadrilatères, trapèzes et triangles

triangle qu'on vient de calculer, forment la superficie de la figure proposée, il ne s'agit que de les ajouter ensemble pour avoir une somme qui sera évidemment égale à la surface demandée.

114. Puisque la somme de tous les angles d'une figure rectiligne quelconque, contient autant de fois deux angles droits qu'elle a de côtés moins deux, on pourra toujours vérifier si l'on ne s'est point trompé en prenant la grandeur des angles. Ainsi, dans la dernière figure le nombre des côtés étant dix, la somme de tous ses angles doit être égale à $200^{\circ} \times 8 = 1600^{\circ}$. Cette vérification doit se faire sur le terrein, afin de pouvoir aussi-tôt rectifier l'erreur, s'il s'en trouve.

En faisant la preuve des angles de cette manière, il faut faire attention à ne pas prendre les angles extérieurs, comme, par exemple HIZ, car c'est des angles intérieurs qu'on entend parler; il faudroit donc, pour avoir la valeur de l'angle au point I, ôter l'angle HIZ de quatre angles droits.

Si l'on se rappelle que la somme des angles extérieurs ajoutée à celle des angles ren-

trans (1), est égale à quatre angles droits ; plus autant de fois deux cents degrés qu'il y a d'angles rentrans, on aura la preuve des angles d'une figure irrégulière composée, sans être obligé de faire la soustraction qu'exige la méthode précédente, car il ne s'agira que d'écrire, dans une même colonne, tous les supplémens des angles observés, et de voir si leur somme est égale à 400 degrés, plus autant de fois 200° qu'il y a d'angles rentrans.

En faisant la preuve des angles, si l'on trouve un ou plusieurs degrés de différence, on recommencera à les observer jusqu'à ce qu'on retrouve l'erreur, qui provient souvent des lignes mal jalonnées ; mais si on ne trouve que quelques minutes de différence, on se contentera de la faire supporter à tous les angles, car telle précaution que l'on prenne, il est impossible d'observer ces angles avec une précision mathématique.

(1) C'est-à-dire les angles extérieurs *HIZ*, *CDE*, *DEF*.

PROBLÊME ONZIÈME.

Connoître la superficie d'une figure dont le contour est rempli de sinuosités?

115. Commencez à l'ordinaire par en tracer le canevas, et prenez pour base la ligne AB, que vous prolongerez en g : ensuite, faites tracer les alignemens aH, Hc, cL, LM, MA, le plus près possible des sinuosités, et passez, en mesurant les lignes, et prenant l'ouverture des angles, du point a au point H, de-là au point c, et ainsi de suite, jusqu'à ce que vous soyez revenu au point a; faites la preuve des angles, et prenez successivement les lignes aH, Hc... &c., pour base; élevez les petites perpendiculaires bE, dG, eI, fK... &c. que vous mesurerez et coterez sur votre canevas, et au bout de chaque base, additionnez toutes les distances comprises entre les perpendiculaires, et voyez si leur somme se rapporte avec la quantité que vous avez trouvée en mesurant ces bases sans interruption. Fig. 91.

Une fois que toutes les dimensions seront bien cotées sur le canevas, on calculera les distances as, sH, Ht, tc, cu, uL, Lh et

hi, afin de pouvoir connoître la surface de cette figure.

Si l'on veut se donner la peine de chercher cette surface d'après les mesures prises sur le terrein, et celles que j'ai trouvées par le calcul, on verra qu'elle contient 2297 perches 7 mètres quarrés, ou 22 arpens 97 perches 7 mètres quarrés.

PROBLÊME DOUZIÈME.

Mesurer la superficie de chaque propriété du canton AEKO?

Fig. 92. 116. Mesurez les angles AOK, OAE, ainsi que les distances OA, AB, BC, CD, DE, ON, NM, ML, LK des quadrilatères que contient ce canton, et toute l'opération sera faite sur le terrein. En supposant que ces mesures soient telles qu'elles sont écrites dans cette figure, on trouvera la perpendiculaire OV de 27,723, et la distance AV de 6,164.

L'angle AOP, supplément de AOK, étant de 70°, et l'angle OAP, supplément de OAE, étant de 113° 93′, l'angle en P sera de 16° 7′. Au moyen de ces données, on

trouvera toutes les parties inconnues du triangle rectangle OVP ; savoir, l'hypoténuse OP de 111 perches, et le côté PV de 107,482.

Les lignes NR, MS, LT et KU se trouveront facilement, puisque ce sont les côtés des triangles rectangles, dont on connoît les angles et un côté. En faisant les opérations nécessaires, on trouvera $NR = 30,72$, $MS = 33,967$, $LT = 37,788$ et $KU = 40,036$. On trouvera aussi que les distances RB, SC, TD et UE sont respectivement de 7,22, 12,63, 4,813 et 25,509. Lorsque ces dimensions seront ainsi connues, on calculera les quadrilatères proposés par la méthode ordinaire.

Au lieu de former un triangle, on peut opérer comme l'indique la figure 93, où l'on voit qu'il ne s'agit que de connoître les lignes AB, BC, CD, BE, EF, BG, GH, BI et IK, car lorsqu'on aura toutes ces distances, on pourra calculer la superficie de chaque propriété. (*Voyez le n°.* 136.) Fig 93.

PROBLÈME TREIZIÈME.

Trouver la superficie d'une figure terminée d'un côté par les sinuosités d'une rivière, et dont on ne peut mesurer qu'une ligne des extrémités de laquelle on peut voir les principaux coudes de cette figure?

Fig. 94. 117. Comme on suppose qu'on ne peut mesurer que le côté AB, si les sinuosités que fait cette rivière ne sont pas bien marquées, envoyez quelqu'un avec un batelet poser les jalons CDE.....&c. Ensuite, prenez la grandeur des angles CAB, DAB...&c. et mesurez la distance AB, enfin, prenez la valeur des angles ABK; ABI...&c. et toute l'opération sera terminée sur le terrein.

Au moyen des observations faites aux points A et B, on connoît, 1°. les angles du triangle BAC, et le côté AB; donc, on trouvera les deux autres côtés AC, CB, et par conséquent, la surface de ce triangle.

2°. Dans le triangle ABD, dont on connoît les angles et le côté AB, on trouvera

BD; ensuite, on calculera la surface du triangle BCD, au moyen des côtés BC, BD, et de l'angle compris entre ces côtés.

3°. Au moyen du triangle ABE, dans lequel on connoît les angles et le côté AB, on trouvera BE; donc, on aura encore la superficie du triangle BDE, puisqu'alors on connoîtra les deux côtés BD, BE, et l'angle compris entre ces côtés.

En continuant toujours de la même manière, on trouvera la surface des autres triangles, et en faisant une somme de toutes ces parties on aura évidemment la surface demandée.

Si l'on veut avoir les perpendiculaires abaissées de chaque sinuosité sur la base AB, on commencera, comme tout-à-l'heure, par chercher toutes les distances AC, CB, BD...&c.; ensuite, pour avoir, par exemple, la perpendiculaire FL, on fera cette proportion :

$$R : \text{sin. } ABF :: BF : FL;$$

et pour avoir BL, on fera

$$R : \text{sin. } BFL :: BF : BL.$$

Si l'on cherche de cette manière toutes Fig. 94.*

les autres perpendiculaires, avec leur distance au point *B*, ou au point *A*, on aura les mêmes dimensions que si l'on avoit pu entrer dans ce terrein, et on pourra calculer la superficie de cette figure à l'ordinaire. Si l'on a bien opéré, tant sur le terrein, qu'en faisant les calculs nécessaires, cette superficie se rapportera, à très-peu-près, à celle de tous les triangles de la figure précédente

Avant de calculer les perpendiculaires, on fera bien de faire l'addition, tant des angles observés, que de ceux trouvés par le calcul, et voir si, conformément au n°. 114, la somme est égale, dans cet exemple, à 1600 degrés; s'il en étoit autrement, il faudroit recommencer l'opération jusqu'à ce que l'on découvrît l'erreur, si elle étoit d'un ou de plusieurs degrés.

PROBLÊME QUATORZIÈME.

Mesurer la superficie d'une figure ABCD,&c. *dans laquelle on ne peut ni entrer, ni diriger des rayons visuels à tous ses angles, ni enfin, s'écarter de ces limites ?*

118. Puisqu'on peut suivre les limites de cette figure, on peut en chercher la superficie, en opérant comme aux n°s. 112 et 113. On peut aussi trouver cette surface en cette manière : après avoir mesuré les côtés et les angles de cette figure (1), on l'imaginera partagée en triangles par des lignes droites, tirées d'un angle à un autre ; ensuite, on cherchera la surface de chacun de ces triangles, dont la somme sera la superficie de- Fig. 95.

(1) On n'est point tenu de mesurer tous les angles ; dans cet exemple, on peut n'en mesurer que *six*, pourvu qu'ils ne soient point de suite ; c'est-à-dire, autant qu'il y a de côtés moins trois ; mais comme il est toujours prudent de douter de ses opérations, il vaut mieux mesurer tous les côtés et les angles lorsque cela est possible, afin de s'assurer de leur exactitude par tous les moyens qui peuvent se présenter.

mandée. Par exemple, dans le triangle *CDE*, on connoît les deux côtés *CD*, *DE* avec l'angle compris entre ces côtés ; on pourra donc connoître le côté *CE*, et par conséquent la surface de ce triangle ; alors, dans le triangle *CEF*, on connoîtra les côtés *CE*, *EF* et l'angle compris entre ces côtés, car cet angle est égal à la différence de l'angle *DEF*, observé, à celui *CED*, qu'on connoît au moyen de l'opération précédente : donc, on trouvera la surface de ce nouveau triangle, et ainsi des autres. (*Voyez le n°.* 256.)

PROBLÈME QUINZIÈME.

Trouver la superficie du secteur ABCD ?

Fig. 96. 119. On a vu (98) que pour connoître la surface d'une portion du cercle, il falloit être en état de prendre la valeur d'un angle ; or, comme cette opération nous est maintenant familière, on résoudra cette question comme il suit :

Mesurez l'un des rayons *AB*, ou *AD*, que vous doublerez, afin de connoître le diamètre du cercle ; cherchez la surface de ce cercle (96), et mesurez l'angle *BAD*.

Toute l'opération sera finie sur le terrein, car on trouvera la surface demandée par cette proportion : 400 *degrés sont au nombre de degrés de l'arc* BCD, *comme la superficie du cercle, est à celle du secteur proposé.*

Si donc le rayon AB a été trouvé de 50 perches, et l'angle BAD de 160°, le diamètre sera 60 perches, et la superficie du cercle de 2827,8. Faisant donc cette proportion :

$$400 : 160 :: 2827{,}8 : x = 1131 ;$$

c'est-à-dire, que la surface du secteur proposé est de 11 arpens 31 perches.

PROBLÊME SEIZIÈME.

Trouver la surface du segment ABC ?

120. Cherchez le centre D du cercle, comme il est enseigné à la fin du n°. 93, et menez les rayons DA, DB, pour former le secteur $DACB$, que vous mesurerez, comme le précédent. Si de la surface de ce secteur, on retranche celle du triangle ABD, qu'on peut mesurer, on aura évidemment la surface du segment proposé. (*Voyez aux numéros* 213 *et* 216, *comment on mesure avec la boussole et la planchette.*) Fig 97.

121. *Remarque.* Quand on connoîtra la superficie d'une figure quelconque, il ne s'agira plus que de savoir si elle est trop grande ou trop petite. Pour cela, comme la plupart des titres seront exprimés en mesures anciennes du pays où l'on opérera, il faudra réduire la quantité portée au titre en la nouvelle mesure avec laquelle on opère aujourd'hui, afin de connoître de combien cette superficie diffère. Supposons, par exemple, que le titre de la figure 61 porte 66 arpens, ancienne mesure des eaux et forêts, cette quantité vaut en nouvelle mesure, 33 hectares 70 ares 75 centiares (2), et comme d'après mes opérations, cette figure ne contient que 3213,015, je conclus que la différence de la superficie réelle de cette figure à celle portée au titre, est d'un hectare cinquante-sept ares, soixante-treize centiares.

Revenons à la mesure des terreins inclinés.

122. Nous avons dit (92) qu'il y avoit une règle générale pour mesurer les terreins inclinés, et nous avons remarqué combien il étoit dangereux de chercher la superficie de ces terreins, comme ceux dont les angles sont dans un même plan. Par exemple, si la ligne
Fig. 98. AB, que je suppose de 15 perches, est

inclinée à l'horizon de 40°, on trouvera que la base productive AC de cette ligne n'est que de 12,135. Si cette ligne AB étoit le côté d'un quarré, en ne faisant point attention à l'inclinaison, on trouveroit une surface de 225 perches, au lieu de 147,26 que donne sa base productive AC.

123. *Remarque.* Toutes les fois que le graphomètre sera posé horizontalement, et que par ses pinules on appercevra l'objet qu'on observe, cet objet sera censé dans l'horizon de l'observateur, ce qui arrive presque toujours quand on observe un objet éloigné; mais si l'on se trouvoit fort près de cet objet, il faudroit, s'il étoit possible, lui diriger un alignement avec des jalons sur une certaine distance horizontale, et y assujettir l'instrument, afin d'éviter, par ce moyen, toutes réductions à l'horizon. Ces réductions sont indispensables toutes les fois que ce moyen ne peut réussir, ce qui arrive lorsque le point de station est placé au pied d'une montagne, et que l'objet qu'on observe est vers le sommet; ou bien, lorsque ce point de station est au sommet, ou vers le milien d'un coteau, et l'objet à observer dans la vallée...&c.

Le problême suivant, dans lequel on sup-

pose la réduction indispensable, pourra servir d'exemple pour tous les terreins de cette nature.

PROBLÊME DIX-SEPTIÈME.

Mesurer un terrein ABCD, *dont les angles, étant dans des plans différens, ne peuvent être observés horizontalement?*

Fig. 99. 124. Après avoir fait mettre des piquets à tous les angles de cette figure, mesurez ceux ADC, CDE, ADF (1), ainsi que la ligne DC. Au sommet de l'angle C, prenez de la même manière, la valeur des angles DCB, BCH; mesurez la ligne CB, et prenez la grandeur de l'angle CBA; mesurez BA, et prenez au point A la valeur des angles BAD, BAG; enfin, mesurez AD, et toutes les opérations sur le terrein seront terminées.

Si l'on imagine la diagonale DB, cette figure sera partagée en deux triangles ADB, BDC, et pour avoir la surface horizontale

(1) Les angles CDE, ADF sont formés, le premier par la ligne DC et par l'horizontale DE, et le second par la ligne DA, et par l'horizontale DF.

Voyez le n°. 107 pour la mesure de ces angles.

de ces triangles, on voit évidemment qu'il ne s'agit que de réduire chaque côté à sa distance horizontale, et de chercher ensuite l'aire de chaque triangle, par la connoissance des côtés réduits.

Supposons qu'on ait trouvé 970 mètres pour le côté AD, 800 pour le côté DC, 1040 pour le côté BC, 720 pour le côté AB; 129° 52′ pour l'angle ADC, 6° 37′ pour l'angle CDE, 8°57′ pour celui ADF, 67° pour celui DCB, 6° 50′ pour l'angle BCH, 129°74′ pour celui CBA, 4° 93′ pour celui BAG, et enfin, 73° 63′ pour l'angle BAD.

Cela posé, 1°. dans le triangle CDE, formé par la rampe DC, par la hauteur verticale CE de l'endroit C au-dessus de l'endroit D, et par la ligne horizontale DE, qui passe par ces deux endroits; on connoît l'angle E qui est toujours droit, l'angle DCE, complément de CDE, et la rampe DC: ainsi, on trouvera la distance DE de 795,999. On trouvera de même que la verticale $CE=$ 79,914.

2°. Dans le triangle BCD, on connoît les deux côtés DC, CB avec l'angle compris entre ces côtés; on trouvera donc le côté DB de 947,196.

3°. Dans le triangle CBH, formé par la rampe CB, par la hauteur verticale BH, et par l'horizontale CH, on connoît l'angle BHC, qui est droit; on connoît aussi l'angle BCH et le côté CB qu'on a mesuré; donc, on trouvera la ligne horizontale CH et la verticale BH; la première est de 1034,584, et la seconde de 106,001.

4°. Dans le triangle ABG, formé par la rampe AB, par la verticale BG, et par la distance horizontale AG, on connoît l'angle droit G, l'angle ABG, complément de BAG, avec le côté AB; on trouvera donc aussi la distance horizontale AG et la verticale BG. En faisant l'opération, on a $AG=$ 717,842 et $BG=55,701$.

5°. Dans le triangle ADF, formé par la rampe AD, par l'horizontale DF et la verticale AF, on connoît aussi tout ce qui est nécessaire pour déterminer AF et DF, qu'on trouve respectivement de 961,224 et 130,185.

6°. Puisque le point C est plus élevé que le point D, de la quantité 79,914, et que le point B est plus élevé que le point C, de 106,001, il s'ensuit que le même point B est plus élevé que le point D, de 185,915.

Pour

Pour vérifier si cette hauteur est exacte, il faut voir si elle se rapporte avec $BG + AF$, que l'on calculera seulement pour faire cette vérification. La somme de ces deux hauteurs égale 185,886, dont la différence avec 185,915, n'est que de 0,029 de mètre. Cette différence peut provenir des mesures et des angles; pour faire tout accorder, il suffiroit de changer quelques secondes à l'un des angles d'élévation; d'ailleurs, la surface de la terre ne pouvant être considérée comme un plan, il résulte de ses inégalités des différences qui s'opposent à ce que les deux opérations donnent exactement le même résultat.

On peut partager cette erreur en deux également, et conclure la hauteur BL de 185,9; alors dans le triangle BDL, formé par la distance BD, par la verticale BL et par l'horizontale DL, on connoît l'angle L, qui est toujours droit, le côté BD et la verticale BL; ce qui est suffisant pour calculer DL. Cette distance DL, qui n'est autre chose que le côté BD, réduit à sa base productive, est de 928,763.

Toutes les distances horizontales étant ainsi connues, on calculera la superficie des

triangles *ABD*, *BCD* par la règle du n°. 68 : si l'on se donne la peine de faire l'opération, on trouvera 667423^{m},95 pour la superficie productive de ces triangles. En n'ayant pas égard à l'inclinaison de cette figure, on trouve 681025^{m} ; ce qui fait une différence de 13601,05, ou 1 arpent 36 perches.

Si l'on veut réduire à l'horizon les angles observés, on tirera une diagonale *dl* dans le plan horizontal du terrein proposé, ce qui donnera deux triangles, de chacun desquels on connoîtra les trois côtés ; ainsi, on calculera les angles de ces triangles par la règle du n°. 42 : or, $fdl+edl=edf=130°96'$; de même, $dlf+eld=elf=130°\,61'\,67''$. On a aussi l'angle en $e=65°\,86'\,70''$, et l'angle en $f=72°\,55'\,63''$.

Lorsqu'on a réduit les côtés et les angles de la figure à mesurer, on peut en chercher la surface par la règle du n°. 112 (1), et voir si elle se rapporte avec celle calculée d'après les côtés réduits ; si l'on a bien

(1) On n'emploie cette dernière méthode que pour s'assurer de l'exactitude de ses opérations, car la première exige évidemment moins de temps.

opéré, la différence sera nulle dans la pratique. Dans cet exemple, les deux opérations s'accordent à trois centièmes de mètre près.

125. *Remarque.* Le moyen que nous venons d'employer pour réduire les angles à l'horizon, n'est pas celui qu'on suit ordinairement. On y parvient sans être obligé de réduire les côtés à leurs distances horizontales.

PROBLÊME DIX-HUITIÈME.

Supposons, par exemple, qu'ayant observé Fig. 102.
les angles BAC, ACB, *ainsi que ceux* BAD, BCD, *que font les rayons* AB, BC, *dirigés vers le point* B, *élevé au-dessus de l'horizon d'une quantité* BD, *on veuille réduire le triangle* ABC *au triangle* ADC, *dont les trois sommets sont supposés dans un même plan ?*

126. On résoud ordinairement cette question et les suivantes, en employant les propriétés des triangles sphériques; cependant, on les trouve résolues dans la trigonométrie de *Cagnoli*, en ne faisant usage que de la trigonométrie rectiligne.

Par l'un comme par l'autre procédé, on trouve

$$\text{cosin. } CAD = \frac{\text{cosin. } BAC \times R}{\text{cosin. } BAD}$$

et

$$\text{cosin. } ACD = \frac{\text{cosin. } ACB \times R}{\text{cosin. } BCD}$$

où l'on voit que pour réduire un angle sur la base au plan de l'horizon, il faut faire cette proportion : *Le cosinus de l'angle d'élévation est au cosinus de l'angle compris entre la base et l'objet qu'on observe, comme le rayon est au cosinus de l'angle réduit.*

Si les angles observés BAC, BAD, ACB, BCD, sont respectivement de 73° 63′, 4° 93′, 67°, 6° 50′, on aura

cosin. 4° 93′ : cosin. 73° 63′ :: R : cosin. CAD = 26° 45′ 42″;

donc, l'angle réduit CAD = 73° 54′ 58″.

On trouveroit par la proportion

cosin. 6° 50′ : cosin. 67° :: R : cosin. ACD,

que l'angle réduit au point C est de 66° 80′ 97″.

A l'égard de l'angle B, on aura sa valeur réduite à l'horizon, en retranchant les deux angles que l'on vient de trouver de 200 degrés, parce que le triangle ADC étant rectiligne, ses trois angles valent deux droits.

Les côtés AD, CD se trouveront par les règles ordinaires de la trigonométrie rectiligne.

PROBLÊME DIX-NEUVIÈME.

Connoissant dans le triangle ABC, *les angles* BAD, CAE *que forment avec l'horizon les rayons visuels, menés du point de station aux objets* B *et* C, *avec l'angle* BAC, *compris entre ces objets; réduire ce même angle au plan de l'observateur, ou, ce qui revient au même, à l'angle* DAE?

127. On peut trouver l'angle demandé par Fig. 101.
la seule formule $\text{Sin.}\frac{1}{2}DAE = \frac{\text{Sin.}\frac{1}{2}(BAC+BAD-CAE).(\text{Sin.}\frac{1}{2}(BAC+CAE-BAD)\times R^2}{\text{cosin.}\,BAD\times\text{cosin.}\,CAE.}$

qu'on démontre, fort simplement, au moyen de la trigonométrie sphérique.

128. *Cagnoli* démontre que la $\text{tang.}\frac{1}{2}(BAF+CAF) = \frac{\text{tang.}\frac{1}{2}BAC\times\text{tang.}\frac{1}{2}(BAD+CAE)}{\text{tang.}\frac{1}{2}(BAD-CAE)}$

Connoissant ainsi la demi-somme et la différence des angles BAF, CAF, on trouvera la valeur absolue de chacun de ces angles ensuite, on connoîtra FAD, FAE par le problême 18.

129. Si les deux objets B et C étoient l'un au-dessus et l'autre au-dessous de l'horizon, le point F tomberoit en F', et l'angle connu BAC seroit égal à $BAF'+CAF$: par conséquent, la formule ci-dessus ne pourroit avoir lieu pour ce dernier cas, qu'on résoudroit par cette autre formule : $\text{tang.}\frac{1}{2}(BAF'-CAF') = \frac{\text{tang.}\frac{1}{2}(BAF'+CAF')\times\text{tang.}\frac{1}{2}(BAD-CAE)}{\text{tang.}\frac{1}{2}(BAD+CAE)}$.

130. Si les deux angles d'élévations étoient égaux, on auroit

$$\frac{\text{sin.}\frac{1}{2}ADE = \text{sin.}\frac{1}{2}ACB\times R}{\text{cosin. } CAE};$$

C'est-à-dire que le cosinus de l'angle d'inclinaison à l'horizon est au rayon, comme le sinus de la moitié de l'angle compris entre les deux objets observés est au sinus de la moitié de l'angle réduit.

131. Si l'un des objets étoit élevé au-dessus de l'horizon de la même quantité dont l'autre est abaissé, on auroit

$$\text{cosin.}\frac{1}{2}ADE = \frac{\text{cosin.}\frac{1}{2}ACB\times R}{\text{cosin. } CAE}.$$

Ceux qui voudront voir la démonstration de

toutes ces règles, la trouveront dans la trigonométrie de *Cagnoli*.

Appliquons ces formules à deux exemples.

Réduire à l'horizon l'angle ADC (*fig.* 99.)

En se servant de la formule du n°. 127, on a

$$\left(\frac{129°\,52' + 8°\,57' - 6°\,37}{2}\right) = 65°\,86'$$

dont le log. sin. = 9.9343067

$$\left(\frac{129°52' + 6°37' - 8°57'}{2}\right) = 63°66' = \quad 9.9250305$$

Comp. arith. cosin. 8° 57′ = 0.0059470

Comp. arith. cosin. 6° 37′ = 0.0021777

Somme = 19.8654619

La moitié = 9.9327309 = 65°47′40″½, dont le double = 130° 94′ 81″.

Si l'on opère d'après la formule du n°. 128, on aura

Tang. 64° 76′ = 10.2090126

Tang. 7° 47′ = 9.0714401

Comp. tang. 1° 10′ = 1.7624442

Tang. . . . 11.0428969 = 94°24′83″

pour la demi-somme des angles BAF, CAF, et comme la différence de ces angles est 64°76′, on a le plus grand angle = 94°24′83″

+ 64° 76′ = 159° » 83″, et le plus petit = 94° 24′ 83″ — 64° 76′ = 29° 48′ 83″. Ainsi (126) on a, 1°.

Cosin. 159° » 83″ = 9.9029613
Comp. cosin. 8° 57′ = 0.0039470
Somme = 9.9069083 =

159° 78′ 90″ pour l'angle réduit *BAF*.

2°. Cosin. 29° 48′ 83″ = 9.9516419
Comp. cosin. 6° 37′ = 0.0021777
Somme = 9.9538196 =

28° 4′ 9″, qui, soustrait de 159° 78′ 90″, donne 130° 94′ 81″, comme ci-dessus.

En réduisant le même angle au moyen de distances horizontales, on a trouvé 130° 96′ (124); la petite différence 1′ 19″, provient sans doute, de ce que les opérations ont été faites par logarithmes qui ne sont qu'approximatifs. Au reste, cette différence ne peut être d'aucune considération dans les calculs que l'on fait ordinairement dans la pratique de l'arpentage. Quand on veut plus d'exactitude, on opère avec des logarithmes poussés à 15 ou 20 décimales. Dans l'astronomie, par exemple, où il faut beaucoup de précision, on se sert quelquefois de logarithmes poussés à 61 figures; tels sont ceux de *Brigs*.

Digitized by Google

Si l'on réduisoit l'angle *DCB* de la même figure, dont un objet est élevé et l'autre abaissé, on auroit 65° 86′ 67″ au lieu de 65° 86′ 70″, trouvé (124).

Voici le type du calcul de cette opération.

Mettant les valeurs dans la formule du n°. 132, on a, 1°.

Tang. 33° 5o′ » = 9.7640612
Tang. » 6′ ½ = 7.0090334
Comp. tang. 6° 43′ ½ = 0.9938490
Somme = 7.7669436 =

o° 37′ 37″: donc, le plus grand angle = 33° 87′ 37″, et le plus petit 33° 12′ 63″.

2°. Cosin. 33°87′37″ = 9.9353814
Comp. cosin. 6° 5o″ = 0.0022677
Cosin. 9.9376491 = 33° 3o′ 52″

3°. Cosin. 33°12′65″ = 9.9383430
Comp. cosin. 6° 37′ » = 0.0021777
Cosin. 9.9405207 = 32°56′35″
Somme = 65°86′67″

Si ces formules paroissent pénibles, on pourra consulter le mémoire du citoyen Delambre, sur la détermination d'un arc du

méridien, où l'on trouvera des tables pour faire toutes ces réductions.

Réduction des angles au centre.

132. Comme il arrive assez souvent qu'il est impossible de faire son observation au centre des objets qui ont servi de stations, on est obligé de réduire les angles observés à côté du centre, à ceux qu'on auroit observés si l'instrument avoit été placé au centre. Ces réductions, quand elles en valent la peine, doivent se faire après celles des angles à l'horizon.

Fig. 102. 133. *Remarque.* L'intervalle DC, compris entre le point de station D et le centre C, se nomme *distance au centre ;* le prolongement indéfini DH de la droite CD, s'appelle *la direction ;* les côtés DA, DB de l'angle observé, sont nommés *rayons visuels ;* les droites CA, CB sont appelées *rayons centraux ;* on nomme *angle à la direction*, celui ADH ou BDH, formé par un rayon visuel et la direction ; on appelle *angle opposé à la distance*, ceux DAC, DBC, compris entre un rayon visuel et le rayon central correspondant ; enfin, les triangles DAC, DBC, que forment la dis-

tance au rayon visuel et le rayon central correspondant, sont appelés *triangles sur la distance*.

134. L'observateur peut être placé dans la direction du centre à l'un des objets, ou bien entre les rayons centraux, ou bien enfin, il peut être placé entièrement au-dehors de ces rayons.

1°. L'observateur étant dans la direction du centre à l'un des objets, peut être entre le centre et l'objet, comme en D ou en F; ou bien au-delà du centre, comme en E ou en G. Dans le premier cas, l'angle au centre vaut l'angle observé, moins l'angle opposé à la distance, et dans le second cas, il faut ajouter ce dernier angle à celui observé pour avoir l'angle au centre. Fig. 102 (1ère).

2°. Lorsque l'observateur se trouve entre les rayons centraux, c'est-à-dire, lorsqu'il est placé en D, il faut, pour avoir l'angle au centre, retrancher de l'angle observé, ceux en A et en B opposés à la distance, car à l'inspection seule de la figure, on voit évidemment que l'angle ACB = l'angle ADB moins les angles CAD et CBD. Fig. 102 (2e).

Si l'observateur est en E, on aura $ACB = AEB + CAE + CBE$.

Fig. 102 (3e). 3°. L'observateur étant en D, on a $ACB = ADB + CAD - CBD$. S'il étoit placé en E, on auroit de même $ACB = AEB + CBE - CAE$.

135. *Observation.* Pour faire ces réductions, il faut avoir mesuré exactement la distance au centre, ainsi que l'angle à la direction. Ensuite, on construit le canevas des triangles que l'on a à résoudre (149), afin d'avoir à-peu-près le rayon central, en employant simplement l'échelle et le compas. Au moyen des opérations subséquentes, on est presque toujours à même de trouver ce rayon central par le calcul; mais comme il est inutile de le calculer avec précision, puisque 10 ou 15 perches sur un rayon d'un quart de lieue de longueur ne peuvent causer aucune erreur dans l'emploi de cette distance pour la réduction de l'angle au centre, on se contente toujours de chercher le rayon avec le compas. Cela posé, pour réduire l'angle
Fig. 102 (1ère). observé au point D, à celui qu'on auroit observé au point C, il ne s'agit que de résoudre le triangle sur la distance DBC pour avoir la valeur de l'angle en B. Or, on connoît dans ce triangle la distance au centre DC, le rayon central CB, et le supplément CDB de

l'angle à la direction HDB, ce qui est suffisant pour résoudre ce triangle. Donc, en retranchant l'angle B de l'angle observé ADB, on a l'angle au centre ACB; et ainsi des autres, en faisant attention à la position de l'observateur à l'égard du centre.

On calculera, sans doute, des tables d'après la nouvelle division du cercle, comme il y en a pour l'ancienne, où étant donnés l'angle à la direction, la distance au centre, et la longueur du rayon central, on trouve la valeur de l'angle opposé à la distance.

Les personnes qui se destinent aux opérations majeures de la topographie, trouveront, sans doute, que cet article de la réduction des angles au centre, est traité un peu légèrement; mais elles pourront consulter le Mémoire précité du citoyen *Delambre*, dans lequel cette partie est amplement détaillée.

De la levée des plans géométriques.

136. Lorsque le plan qu'il faut lever n'est pas d'une grande étendue, on peut opérer comme aux n°. 89 et 116; mais quand le terrein est d'une certaine grandeur, et qu'il

contient beaucoup de détails, il faut, avec une ou deux personnes intelligentes, parcourir les *chemins*, *coteaux*, *vallées* et différens champtiers jusqu'aux points limitrophes; dessiner toutes les figures qui se présentent; former les angles aigus et obtus, autant qu'on le peut juger à l'œil, et proportionner les différentes propriétés, suivant la proportion qu'on a d'abord jugé à propos de leur donner : y écrire les noms des propriétaires...&c.

Cette première opération étant terminée, on prendra pour base les lignes les plus longues et les plus régulières, qu'on dressera bien exactement avec des jalons; on élèvera sur ces bases des perpendiculaires aux sinuosités voisines, et lorsqu'on sera certain que tous les alignemens seront bons, on passera au détail de toutes les figures qui composent les différens *cantons*, *maisons*, *jardins*, *bosquets*...&c. On peut parvenir à la connoissance de ces différentes choses de plusieurs manières; mais l'essentiel de chacune est de bien s'assurer des alignemens.

Soit le canton représenté par la fig. 103, dont on veuille lever le plan et trouver la surface de chaque propriété. Après en avoir

fait le canevas, ou dirigera un alignement Fig. 103.
A B, le plus près possible des limites de ce canton, afin que les perpendiculaires élevées à chaque sinuosité, soient moins longues.

Avant de mesurer sur cet alignement, on élèvera, s'il est possible, une perpendiculaire *A C*, sur laquelle on en élèvera d'autres qui détermineront les sinuosités qui lui sont voisines.

Afin de pouvoir retrouver cet aliguement *A C*, on enfoncera aux points *A* et *C*, un piquet qui n'excédera presque pas la terre, et on retouruera sur l'alignement *A B*, qu'on peut regarder comme la base de tous les autres. On mesurera sur cet alignement, jusqu'à l'endroit où l'on doit élever la secoude perpendiculaire *a b*; eusuite, jusqu'à la troisième *c d*, de là à la quatrième *e f*...&c.

Etant arrivé au point *D*, où je suppose qu'on peut appercevoir le point *E*, qui est la rencontre de deux chemins, on élèvera la perpendiculaire *D E*, qu'on mesurera, et on tirera de part et d'autre, des perpendiculaires aux siuuosités qui se rencontrerout, et qu'on aura soin de marquer avec des jalous, avant de commencer à mesurer.

Arrivé en *E*, on tirera à ouvertures d'angles,

en suivant à-peu-près la direction des rues ou chemins, les lignes EF, FG, GH, GI...&c. Du point N, on mènera NC, et l'on prendra l'ouverture de l'angle CNK, afin de lier toutes ces opérations aux précédentes.

On retournera sur la ligne DE, pour y élever une perpendiculaire QR, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'en se retournant quarrément, on puisse appercevoir un point quelconque S; on tirera la ligne RS, sur laquelle on élèvera les petites perpendiculaires nécessaires, et on prolongera cette ligne en T, jusqu'à ce que l'on puisse lui élever la perpendiculaire TN.

Après avoir mis des piquets à tous ces points, on retournera en D pour continuer les mêmes opérations vers B, où se termine la base. A ce point B, on élèvera une perpendiculaire BU, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'en se retournant d'équerre, on apperçoive le point S.

Enfin, on tirera sur ces deux dernières lignes, des petites perpendiculaires à chaque sinuosité, afin d'en déterminer la position.

Quand tous les alignemens seront ainsi achevés, on procédera au détail en mesurant séparément

séparément chaque canton qui se laboure du même sens, en ayant soin de partir chaque fois d'un point déterminé.

Je suppose que l'on commence par le petit canton marqué v, dont les extrémités G', g, se trouvent déterminées par les opérations précédentes. Je prends $G'g$ pour base, et j'élève les perpendiculaires hi, kl, que je mesnre, ainsi que les distances gm et mG'. Ces mesures étant cotées sur le canevas, on connoîtra la surface de chacune de ces figures, puisqu'on aura la base et la hauteur de chaque triangle.

Pour mettre plus d'exactitude dans ses opérations, il est nécessaire de mesurer les autres côtés $G'l, li, ig$, ainsi qne les angles $G'gl$, $gG'l$, car au moyen de ces doubles mesures, on pourra toujours vérifier si l'on ne s'est point trompé, et déterminer avec plus de précision, lors du rapport, la position des lignes qui forment le contour de ces figures.

Passant ensuite au canton Y, je prends l'alignement gn pour base, et j'élève aux extrémités de chaque figure des perpendiculaires, que je mesure.

Les chemins $G'L$, Lo, déterminés par les deux dernières opérations, peuvent servir

de bases aux champtiers adjacens, qu'on mesurera de la même manière ; et ainsi de suite.

137. *Remarques.* 1°. Quand on lève le plan d'un village, et que ce plan exige un détail minutieux, il faut avoir soin de figurer les maisons dans les places où elles se trouvent, ainsi que les murs, les haies et les jardins qui y sont attenans. De même, en suivant les principaux chemins à l'instrument, pour déterminer différens espaces, qu'on figure aussi à l'instrument, il faut avoir attention de figurer toutes les haies, et généralement tout ce qui tient aux chemins. Lorsqu'il se trouve des arbres isolés et distribués par groupes, on les détermine à l'instrument, et l'on se contente de figurer à vue ceux répandus le long des chemins.

Quand on rencontre des bois dont l'intérieur est difficile, on suit leurs contours en arrêtant par des stations, l'ouverture de toutes les communications que l'on rencontre; mais quand les bois sont traversés par de belles routes applanies, on fait mesurer les principales; on prend l'alignement des autres, et l'on figure ensuite les contours. Tous ces procédés sont cependant bien arbitraires, et dépendent beaucoup des mé-

thodes que l'on emploie. Au surplus, l'intelligence et l'habitude concourent à fournir à ceux qui lèvent les plans une infinité de moyens, que l'on chercheroit vainement à expliquer, parce qu'ils sont aussi variés que les circonstances et le local qui le nécessitent. (*Encycl.*)

2°. Lorsqu'il se trouve des coteaux, il faut avoir soin de réduire les rampes à leurs bases horizontales (124); car si l'on n'y faisoit pas attention, on auroit une surface trop grande, et dont l'assiette seroit irrégulière. Dans ce cas, on lève trigonométriquement plusieurs points dans différentes parties du terrein (202), et on lie les alignemens avec ces points, afin de partir de l'un à l'autre.

3°. Il arrive souvent que plusieurs parties d'une base se trouvent en plaine, et d'autres dans des coteaux, comme, par exemple, dans la figure 48 : alors, on mesure AD, DH, HL séparément, ainsi que les angles d'inclinaisons DHQ, LHR, que l'on cote sur un petit état.

Soit la figure $ABDC$, dont les bases sont dans des plans différens. Comme AC et CD traversent des coteaux, je forme l'état suivant, à côté du canevas. Fig. 104.

Bases.	En plaine.	Rampes.	Angles d'élévations.
AB..	.....	.. 130	28° En montant.
AC..	*Ae*.. 40	*ef*. 50	20° En descendant.
	gC.. 78	*fg*. 40	25° En montant.
CD..	*hD*.. 50	*Ch*. 90	23° *Id.*
BD..	 150	.....	»

On voit par ce petit état, que la partie *Ae*, de la base *AC* est en plaine, que le point *f* est dans un fond, que le point *g* est au sommet d'une colline, et que *gC* est en plaine; que la rampe *Ch*, de la base *CD* va en montant, et que la partie *hD* est en plaine...&c.

L'opération étant terminée sur le terrein, on calculera la base horizontale de chaque coteau. Par exemple, on trouvera *ef* de 47,55 au lieu de 50, et *fg* de 36,96 au lieu de 40; de sorte que *AC* ne sera plus que de 202,51 au lieu de 208, qu'on avoit trouvé en mesurant sur le terrein. Au moyen de cette réduction, la distance *ek* ne sera plus que de 28,53, que l'on obtient par la proportion 50 : 47,55 :: 30 : *x*, d'où l'on tire $x = 28{,}53$.

Digitized by Google

Si de 47,55 on soustrait 28,53, on aura 19,02 pour la distance horizontale kf, et si l'on fait la proportion :

$$40 : 36{,}96 :: 8 : y,$$

on aura la ligne horizontale $fl = 7{,}39$, qui, ajoutée à kf, donne $kl = 26{,}41$ au lieu de 28... &c. Si, dans le rapport de ces sortes de figures, on étoit obligé de faire quelques corrections, on les feroit supporter aux rampes qui traversent des petits monticules qui ne valent pas la peine d'être observés avec le graphomètre.

Orienter un plan.

138. *Orienter un plan*, c'est marquer sur ce plan les quatre points principaux qui partagent l'horizon en quatre parties égales, qui sont le *Septentrion* ou *Nord ;* le *Midi* ou *Sud;* l'*Orient* ou l'*Est ;* enfin, l'*Occident* ou l'*Ouest.* Quelquefois on partage chacun de ces premiers points en deux ; mais les quatre principaux suffisent pour bien s'orienter.

Pour orienter le plan de la figure 103, posez un graphomètre, garni d'une boussole, à tel endroit du terrein qu'il vous plaira, mais dont la position vous soit cependant

Fig. 103. connue, comme, par exemple, à l'endroit Z. Dirigez l'instrument de manière qu'en regardant à travers ses pinules, vous apperceviez un objet dont vous connoissiez aussi la position, par exemple, l'objet A'. Lorsque l'aiguille aimantée qui est dans la boussole sera fixée, remarquez la grandeur de l'angle $n' Z A'$, que sa pointe septentrionale formera avec le rayon $Z A'$. Si l'aiguille aimantée se dirigeoit toujours au vrai nord, la ligne $n' s'$ indiqueroit le *nord* du plan; mais comme elle décline tantôt plus et tantôt moins, suivant les lieux, et que cette déclinaison change sensiblement d'une année à l'autre (1), il faut avoir soin d'ajouter, ou d'ôter à l'angle que l'on trouve par l'opération qu'on vient

(1) Cette déclinaison augmente à mesure qu'on va vers le nord, à moins qu'on ne soit sur le même méridien que le pôle magnétique, auquel cas la déclinaison est nulle; elle diminue quand on va vers le midi, à moins qu'on ne soit sur le méridien magnétique, encore cette diminution ne va que jusqu'à certain point; mais cela est vrai jusqu'à l'équateur, et même un peu au-delà : au reste, la théorie et les observations sont peu avancées.

Depuis nombre d'années cette déclinaison est occidentale. En 1757, elle étoit à Paris de 19° 98′, en 1769 de 21° 76′, et en 1799, elle étoit de 25° 74′.

d'indiquer, la déclinaison de l'aiguille pour le temps et pour le lieu (260). Alors, on aura les degrés nécessaires pour déterminer l'angle que fait le vrai nord avec la ligne ou le rayon visuel que l'on connoît.

Supposons que la ligne ZA' fasse avec l'aiguille de la boussole un angle $n'ZA'$ de 73° 20′, et que la déclinaison particulière de l'aiguille soit de 25° 15′; comme la ligne ZA' décline à l'orient, j'ôte 25° 15′ de 73° 20′, et j'ai 48° 5′ pour l'angle que fait la ligne ZA' avec le vrai nord.

Il est bien évident que si la ligne avoit décliné vers l'orient, il auroit fallu ajouter la déclinaison particulière de l'aiguille. Par exemple, si au lieu de prendre la ligne ZA' on avoit choisi ZB', qui décline à l'occident, on ajouteroit 25° 15′ aux 149° que je suppose qu'on a trouvés pour l'angle $n'ZB'$, ce qui donneroit 174° 15′ pour l'angle que fait la ligne ZB' avec le vrai nord. (*Voy. le n°* 153.)

Des Plans visuels.

139. Le plan visuel n'est commun au plan géométrique qu'autant qu'il représente, mais imparfaitement, les objets qui y sont situés,

car on n'y lève aucun angle, on ne mesure aucune longueur ni largeur, et on n'y fait aucun calcul; néanmoins, ces sortes de plans tiennent à des principes. Il faut d'abord, comme au plan géométrique, parcourir le local avec un homme intelligent, qui connoisse parfaitement le canton, par dénomination de ses champtiers, les propriétaires...&c. Il faut ensuite figurer les maisons, cours, jardins, dépendances, ruelles, chemins, carrefours, angles saillans et rentrans...&c.

Fig. 103. Les maisons une fois figurées, on pourra commencer par le canton borné par les chemins $G'L$, LH', en prenant la courbure du chemin LFH', et les héritages, suivant leurs sillons, en observant d'écrire les noms des propriétaires dans l'intérieur de chaque case.

Il faut que l'indicateur s'applique sur-tout aux figures triangulaires, et à celles faisant plusieurs retours, qu'on appelle *hache*.

Pour opérer avec ordre, on commencera par le triangle v, et lorsqu'on sera parvenu à la dernière figure x, on reviendra faire les champtiers y et z, en ayant soin de laisser l'espace nécessaire pour figurer les héritages a', b', c'.

L'arpenteur se transportera avec l'indicateur sur les terres triangulaires, et sur celles faisant hache, afin d'observer à-peu-près à quelle hauteur peuvent être les susdites haches et triangles, et il continuera de la même manière, ainsi que l'indicateur, jusqu'à ce que le plan du terrein soit levé.

On ne parvient à bien dessiner le terrein que par un grand usage, et en s'appliquant à donner à la longueur des lignes et à l'ouverture des angles, une proportion toujours égale.

Ceux qui voudront plus de détail sur cet objet, peuvent consulter l'article très-étendu *des figurés à vue* de l'Encyclopédie méthodique.

De l'utilité des Plans géométriques.

140. Après avoir formé le plan géométrique d'une commune, par exemple, il seroit nécessaire de dresser un registre dans lequel on vît tout ce qui peut intéresser les habitans. Ce registre contiendroit les situations, tenans, dimensions, propriétaires, nature, étendue et charges de chaque propriété. On verroit donc, par un tel tableau,

combien le territoire supporte de charges, et combien il contient d'arpens, tant au total que de chaque nature, ce qui ne contribueroit pas peu à répartir, avec plus d'équité, les contributions, charges locales et autres frais qui surviennent...&c. Enfin, en ayant soin d'indiquer la longueur des côtés de chaque propriété, on pourroit, à très-peu de frais, juger les différends qui naissent au sujet des limites entre voisins, et prévenir par-là beaucoup de procès qui ruinent souvent les cultivateurs.

Fig. 103. On voit, par le tableau ci-joint, que la pièce cotée *e'*, appartient à Jean-François *Laurendeau*, qu'elle a trois côtés; savoir, un vers le nord, de 56 perches, un autre vers l'orient, de 27,2, et le troisième au midi, de 46 perches; que le premier côté tient à Nicolas Dizié, le second aux héritiers Bailly, et le troisième au chemin de.....; enfin, que cette propriété contient 6 arpens 34 perches, qu'elle est chargée de 12 francs de rentes viagères, et qu'elle paye 25 francs d'imposition.

En faisant la même chose pour chacune des autres figures, on verra combien ce canton contient d'arpens de chaque nature, &c.

De la Vérification des plans géométriques et visuels.

141. Pour s'assurer si un plan est bien levé et bien rapporté, on se transportera sur le terrein levé, pour y mener, à volonté, une ligne qui le traverse, en ayant soin de remarquer l'endroit d'où l'on est parti, et celui où cette ligne se termine, afin de pouvoir tracer sur le plan une ligne qui la représente. On mesurera bien exactement la ligne tracée sur le terrein, ainsi que les angles qu'elle formera en coupant d'autres lignes, et on prendra la distance du point de section aux extrémités.

Lorsque toutes ces opérations seront terminées, on choisira, sur le plan, les points des extrémités de cette ligne, afin de la tracer, et on observera si la longueur des lignes et les angles qu'elle formera en coupant différentes droites s'y trouvent exactement, comme cela doit être dans un plan géométrique.

Cette opération étant achevée, on pourra mesurer plusieurs figures en différens endroits, pour voir si l'arpentage se rapporte

à celui qui a été fait lors de la levée du plan; on s'assurera, par ce moyen, si quelques parties ont été négligées, et si l'on ne s'est point servi d'une chaîne plus longue, ou plus courte que celle qui est indiquée.

Remarquez que les limites de chaque propriété particulière, pouvant varier d'une année à l'autre, sur-tout lorsqu'elles ne sont point bornées, on ne doit point exiger que les mesures se rapportent exactement; mais le total du champtier qui se laboure du même sens, étant moins susceptible de variations, on doit exiger une exactitude plus rigoureuse dans la mesure de ses dimensions.

Quant à la vérification des plans visuels, comme leur justesse ne consiste que dans le dessin que l'on fait sur le terrein, il suffit que l'inclinaison des lignes et la longueur des figures soient observées; qu'elles s'accordent et aboutissent l'une sur l'autre, et que cette proportion soit à-peu-près la même dans toute l'étendue du plan.

Si, au contraire, en parcourant le terrein, le plan à la main, une ligne se trouve droite tandis qu'elle doit former un angle, et si cet angle est aigu, au lieu d'être obtus, s'il

est tourné en sens contraire, on conclura que l'ouvrage est absolument mauvais.

PROBLÊME DIX-NEUVIÈME.

Percer une ou plusieurs routes dans un bois?

142. Lorsque le bois dans lequel on veut percer une ou plusieurs routes est considérable, comme, par exemple, dans une forêt, l'opération ne se pratique pas toujours facilement, et on est quelquefois obligé d'avoir recours à la boussole (*voyez les n°s. 236 à 239*); mais quand il n'est pas d'une trop grande étendue, cette opération est assez simple, sur-tout quand on peut comprendre le bois, ou seulement la partie de la superficie où il convient d'ouvrir ces routes, dans un quarré, ou dans un parallélogramme, par des lignes d'emprunt ou autrement.

Soit la route AB qu'il s'agisse de percer: si l'on peut voir d'un même point quelconque F les deux endroits A et B, faites élever un signal à chacun de ces points; prenez la valeur de l'angle AFB, et mesurez, par le moyen de bases convenables, les distances AF, BF. Quand vous con- Fig. 105.

noîtrez toutes ces choses, vous résoudrez le triangle ABF, afin de connoître les angles en A et en B: ensuite, vous irez à l'un des points A ou B, par exemple, au point A; vous dirigerez l'alidade fixe du graphomètre sur le signal F, et vous tournerez l'alidade mobile, jusqu'à ce qu'elle forme sur l'instrument un angle égal à celui BAF. La route qu'on fera percer dans la direction du rayon visuel de cette alidade mobile, ira directement au point B, si l'on a bien opéré.

Si vous allez ensuite au point B, y déterminer de la même manière la direction de cette même route, on pourra commencer le travail en même temps par ces deux endroits, et diminuer par-là le temps qu'il faudra y employer.

143. Si l'opération qu'on vient d'indiquer n'est point praticable, faites mettre des jalons aux sinuosités $C, D, E, F, G, H, I, K, B$, de ce bois, et mesurez, en partant du point A, les distances et les angles que forment les sinuosités de ces jalons; calculez (118) l'angle que fait la route AB avec les lignes AC, BK, et faites percer la route proposée, comme ci-dessus.

144. Dans les deux exemples précédens,

il est supposé qu'il n'est point possible d'inscrire la figure, ou la portion dans laquelle on veut percer la route, dans un quarré ou dans un parallélogramme; toutes les fois que cette inscription pourra se faire, il ne faudra point la négliger, car l'opération se pratique bien plus aisément.

Supposons qu'on peut mettre la même figure dans le parallélogramme $c\,d\,e\,f$; après avoir mesuré cf et fB, on imaginera le triangle rectangle gfB, dans lequel on connoîtra tout ce qui est nécessaire pour avoir le côté gB, et l'angle gBf. Ensuite, dans le triangle AgB, on connoîtra le côté $Ag = ch$ mesuré; on connoîtra aussi le côté gB, qu'on vient de trouver, et l'angle $AgB = 100^g - Bgf$, trouvé par le calcul; on pourra donc calculer l'angle ABg.

Au moyen du triangle rectangle $Bv\,L$, on aura l'angle LBv; retranchant ce dernier angle de la somme des deux angles ABg, gBf, on aura l'angle ABL, avec lequel on pourra faire percer la route AB.

On auroit pu trouver l'angle ABL, d'une manière plus expéditive, en imaginant le triangle rectangle AxB, car dans ce triangle on connoît, outre l'angle droit, le côté

$\mathcal{A}x = gf$, et le côté Bx, qui est la différence des parallèles Bf et ch; on auroit donc sur-le-champ l'angle $\mathcal{A}Bx$, duquel retranchant l'angle LBv, il resteroit l'angle $\mathcal{A}BL$.

Si l'on veut percer la route HR, on imaginera le triangle rectangle RtH, dans lequel on connoît, outre l'angle droit, le côté $Ht = ef$ mesuré, et le côté $Rt = Rf - eH$; on pourra donc, au moyen de ce triangle, trouver l'angle HRt. Si l'on n'a point mesuré l'angle iRk sur le terrein, on pourra le trouver au moyen du triangle rectangle Rki: ainsi, ôtant ce dernier angle de celui HRt, on aura l'angle HRi, avec lequel on pourra tracer la route demandée HR.

Enfin, si l'on veut percer la route CL, allant de l'angle C à l'angle L, on imaginera le triangle rectangle CyL, dans lequel on cherchera l'angle yCL, qui servira à déterminer la route proposée.

TROISIÈME

TROISIÈME PARTIE.

Contenant la manière de rapporter les figures sur le papier, et la pratique de la Géodésie, ou l'art de diviser les propriétés rurales.

CHAPITRE PREMIER.

Du rapport des figures sur le papier.

145. Il ne suffit point de savoir lever un plan sur le terrein, il faut aussi pouvoir décrire sur le papier les différentes lignes et les différens angles qu'il forme. L'opération par laquelle on construit sur le papier une figure semblable à celle du terrein mesuré, s'exécute au moyen d'un ou de plusieurs *compas;* d'une petite *équerre de cuivre* ou *de bois*, pour élever des perpendiculaires; d'un *rapporteur de cuivre* ou *de corne*, pour faire des angles, sur le papier, semblables à ceux mesurés sur le terrein avec

le graphomètre, ou tout autre instrument analogue ; enfin, d'une *échelle des parties égales*, plus ou moins longue, pour donner les véritables proportions aux différentes distances mesurées avec la chaîne. Quand on lève un terrein avec une planchette, le plan se trouve tracé sur le papier, à mesure que l'on opère sur le terrein, ce qui évite d'en faire le rapport.

PROBLÊME PREMIER.

Rapporter sur le papier le plan d'une figure levée sur le terrein avec une équerre ?

146. Pour rapporter, par exemple, la figure 57, commencez par faire une échelle proportionnée à la grandeur du papier dont vous voulez vous servir ; tirez ensuite, au crayon, une ligne indéfinie $a\,b$, pour représenter la base AB ; donnez à cette ligne indéfinie autant de parties de l'échelle qu'il y a de mesures dans sa correspondante AB, et prenez sur votre échelle les distances marquées sur cette base, entre les perpendiculaires qui y sont élevées, tant à droite qu'à gauche, pour les porter sur cette ligne indéfinie. Elevez aux points où ces mesures finiront

des perpendiculaires (4), auxquelles vous donnerez autant de parties de l'échelle que celles qu'elles représentent sur le terrein contiennent de mesures. Enfin, joignez les points a, c, d, e, f, &c. par les droites ac, cd, de, ef, &c. et vous aurez le plan du terrein proposé; car, d'après cette construction, il est évident que ce terrein et le plan seront composés d'un égal nombre de trapèzes et triangles semblables.

147. Le rapport de la figure 60 ne seroit pas plus difficile : il ne s'agiroit, comme dans l'exemple précédent, que de proportionner son échelle à la grandeur du papier dont on veut se servir; de tracer la base AB, et de lui donner autant de parties de l'échelle que celle qu'elle représente sur le terrein, contient de mesures; d'élever les perpendiculaires situées tant à droite qu'à gauche de cette base; de donner à chacune autant de parties de l'échelle que sa correspondante contient de fois la mesure dont on s'est servi, et de mener du point A au point C une ligne AC; du point C au point D une ligne CD, et du point y au point F une ligne yF; enfin, d'élever sur ces nouvelles bases, aux points indiqués, des perpendiculaires auxquelles on

donneroit la longueur écrite dans le canevas qui sert au rapport, et de mener aux extrémités *I*, *K*, *L*...&c. des lignes droites à l'encre, pour former cette figure. Toutes les lignes tracées au crayon, qui ne font point partie du périmètre de la figure, doivent être ponctuées légèrement.

148. En faisant le rapport d'un plan, il y a des arpenteurs qui portent à mesure les distances qui se trouvent entre les perpendiculaires, ce qui les empêche souvent de clore avec précision; car après avoir pris la longueur d'une ligne en plusieurs ouvertures de compas, il arrive presque toujours qu'en mettant ces ouvertures bout à bout, la droite qui en résulte est plus grande que sa véritable longueur. Pour éviter ces petites erreurs, il vaut mieux faire l'addition des quantités trouvées, et prendre le total sur l'échelle avec le compas, afin de porter ces différentes mesures en une seule fois, et procéder ensuite au détail sur cette ligne, ainsi que nous l'avons fait ci-dessus.

PROBLÈME DEUXIÈME.

Tracer sur le papier le plan d'une figure levée sur le terrein avec le graphomètre?

149. Soit la figure 94 dont on veuille représenter le plan sur le papier ; construisez une échelle proportionnée à la grandeur que vous voulez donner à votre plan, et tirez sur le papier une ligne droite ab, à laquelle vous donnerez autant de parties de l'échelle qu'il y a de mesures de A en B. Décrivez ensuite sur cette ligne, avec un rapporteur (15), les angles cad, dae, eaf...&c. qui ayent chacun le point a pour sommet, et qui soient égaux aux angles CAD, DAE, EAF, &c. chacun à chacun.

Décrivez aussi sur la même ligne, et par le même moyen, les angles abk, abi...&c. qui ayent chacun le point b pour sommet, et qui soient égaux aux angles ABK, ABI, &c. chacun à chacun.

Enfin, tirez par les points où ces lignes se coupent, les droites ac, cd, de, ef...&c. qui formeront le plan demandé.

Si l'on veut construire le plan, conformément à la figure 94*, on opérera comme si cette figure avoit été mesurée avec l'équerre.

150. Pour rapporter la figure 95, on décrira sur le papier, avec un rapporteur, un angle *h*, d'autant de degrés qu'on en a trouvé pour la valeur de l'angle *H;* on donnera aux côtés *ih*, *hg* de cet angle, autant de parties de l'échelle que les côtés *IH*, *HG* du terrein contiennent de fois la mesure dont on s'est servi; on décrira ensuite sur le côté *gh*, un angle *g* qui ait ce point pour sommet, et qui soit égal à l'angle *G*, et on donnera au côté *gf* autant de parties de l'échelle que son correspondant *GF* contient de fois la mesure dont on s'est servi. On continuera ainsi, par ordre, jusqu'à ce que l'on soit parvenu en *i*, et si l'on ne s'est point trompé en mesurant sur le terrein, et dans le rapport que l'on fait, le côté *ai* du dernier angle doit, à très-peu près, rencontrer le côté *ih* au point *i*, et contenir autant de parties de l'échelle que le coté *AI* contient de fois la mesure qu'on a employée; je dis à très-peu près, car les différentes hauteurs du terrein sur lequel on opère, peuvent causer une différence qu'on néglige, quand elle est de peu

de chose. Sur les mêmes principes, lorsque toutes les opérations indiquées, par exemple, à la figure 103, seront terminées sur le terrein, on pourra, en opérant de la même manière, faire le rapport de cette figure sur telle échelle qu'on voudra, et il est bien évident que dans cette construction, on s'appercevra si l'on s'est trompé dans la mesure des angles ou des côtés, par l'impossibilité où l'on se trouvera de quadrer.

On peut s'assurer de son opération par divers moyens; par exemple, comme on a dû mesurer la largeur de chaque pièce sur la ligne *Lo*, on verra si, en prenant ces distances sur l'échelle, et les portant sur cette même ligne sur le papier, les points répondent à ceux indiqués par les perpendiculaires, &c. (*voyez le n°. 214, pour le rapport des figures levées avec la boussole.*)

151. Lorsqu'un plan est exactement rapporté, et qu'on veut mesurer dessus une certaine étendue, on y parvient en réduisant la figure, ou la portion proposée à mesurer, en triangles, par des lignes tirées au crayon; puis, pour avoir la surface de chaque triangle, on prend pour base le plus long côté de

chacun (1), et on élève une perpendiculaire au sommet de l'angle opposé ; on porte la base et la perpendiculaire de chaque triangle sur l'échelle, pour connoître le nombre des parties qu'elles contiennent ; enfin, le produit d'une de ces lignes par la moitié de l'autre, donne la surface du triangle.

Il y a une méthode plus expéditive de mesurer sur un plan avec l'échelle et le compas : elle consiste à réduire la figure à mesurer en quadrilatères, qu'on calcule par le moyen des lignes proportionnelles ; mais pour se servir de cette méthode avec avantage, il faut avoir beaucoup pratiqué, et l'extrême précision qu'elle exige, fait souvent donner la préférence à la première.

152. Lorsque les mesures seront cotées sur le plan, et qu'elles pourront servir, c'est-à-dire, lorsque les perpendiculaires ne seront pas coupées obliquement, on aura soin de s'en servir, car elles seront toujours plus exactes que celles qu'on prendra sur le plan, telles précautions qu'on puisse prendre.

(1) Dans les figures où il y a beaucoup de triangles, au lieu de prendre le plus long côté pour base, on fera mieux de choisir la ligne commune aux deux triangles.

Ainsi, dans la figure 60, si les points *o*, *p*, *t*, *u*, *d*, *B*, *F*, *O*, *n*, étoient marqués sur le plan, et qu'on voulût connoître la surface de cette portion de terrein, sans aller sur les lieux, comme la partie *gdByFOE*, dont les distances se trouvent marquées, n'est point coupée, je me sers des mesures qui y sont, pour en connoître la superficie, et je réduis le reste *EOnoptug*, en triangles, par des lignes très-fines, tirées au crayon. Ensuite, j'abaisse les perpendiculaires *lE*, *uk*, *nm*, *gn*, *pq*, *su*, que je porte sur l'échelle (1), afin de connoître la hauteur de chaque triangle; je porte aussi sur la même échelle la base de chaque triangle, afin d'en connoître la longueur, que je multiplie par la moitié de la hauteur; enfin, j'ajoute la somme de tous ces triangles avec la partie *gdByFoE*, et le résultat de l'addition me donne la surface cherchée.

Si la ligne *ud* avoit abouti au point *e*, on auroit pu se servir des dimensions écrites dans la portion *ByFOEheB*, en suppo-

(1) Cette échelle doit être la même que celle qui a servi au rapport de la figure; on la met ordinairement au bas du plan.

sant que le petit trapèze *h i f e* ne se fût point trouvé coupé... &c. C'est par ce moyen qu'on peut trouver la surface d'une province, d'un département.... &c., en la mesurant bien exactement sur la carte.

On peut aussi trouver la hauteur d'un objet quelconque *AD*, figure 85; car cette hauteur contient autant de fois la mesure qu'on a employée pour connoître *DE*, que la ligne *a d*, sur le papier, contient de parties de l'échelle qui a servi au rapport de cette figure.

Les personnes qui ne connoissent point les règles de la trigonométrie, se servent de cette méthode pour trouver les côtés et les angles d'un triangle dont elles ont mesuré les parties nécessaires; et comme les opérations qu'on fait sur le papier ne sont jamais de la dernière exactitude, elles ont soin de faire un triangle avec une très-grande échelle, afin que les erreurs soient moins considérables.

PROBLÈME TROISIÈME.

Placer les quatre points principaux sur un plan ?

153. Soit la figure 103, dont on veuille orienter le plan rapporté sur le papier. Menez une ligne droite Z' A'' (en supposant qu'on se soit servi de cette ligne) qui passe par les points Z et A'': faites sur cette ligne, et du même côté que l'angle n' Z A', un angle n'' Z' A'' qui ait le point Z' pour sommet, et qui soit égal au premier angle, c'est-à-dire à 48° 5′, déduction faite de la déclinaison de l'aiguille aimantée (138). Ensuite, où vous voudrez indiquer l'exposition des objets représentés sur votre plan, menez une ligne parallèle à Z' n'', et vous aurez la ligne du nord. Si, au milieu de cette ligne on élève une perpendiculaire, on aura les quatre points principaux; et si l'on partage les angles droits en deux parties égales, on formera la rose des vents, comme on le voit sur cette planche.

Lorsque le plan est ainsi orienté, on voit l'aspect qui convient à chaque figure; on voit, par exemple, que les figures qui for-

ment le petit canton C', sont d'un côté à l'*orient*, et d'un bout au *nord*; que celles qui forment le canton D' sont d'un côté au *nord*, et d'un bout à l'*orient*.

Les figures qui n'ont pas leur direction précisément vers un de ces quatre points, prennent le nom du plus approchant; par exemple, celles marquées E' auront le *nord* pour côté. Quand le côté d'une figure est entre le nord et l'est, on dit que ce côté est au *nord-est*; qu'il est au *sud-est*, lorsqu'il est entre le sud et l'est...&c.

154. *Remarque.* En opérant sur des plans rapportés sur le papier, il peut arriver qu'on se serve d'une échelle pour une autre, car on a déjà vu qu'on mettoit quelquefois différentes échelles au bas d'un plan.

Supposons, par exemple, qu'un plan soit rapporté avec une échelle de cinq *traits* pour perche, et que l'on se soit servi, pour mesurer, d'une échelle de quatre *traits* pour la même unité, on trouvera que la première perche quarrée est à la seconde comme 16 est à 25; c'est-à-dire, que 16 perches mesurées avec la première échelle, en font 25, mesurées avec la seconde. Si donc, en mesurant avec cette dernière échelle, on avoit

trouvé une superficie de 1780 perches, il faudroit, pour la réduire à sa véritable valeur, faire cette proportion :

$$25 : 16 :: 1780 : x = 1139{,}2.$$

Si l'on s'étoit servi d'une échelle de cinq *traits* et demi au lieu d'une de six *traits*, on trouveroit que 121 perches mesurées avec la plus grande échelle, en valent 144 mesurées avec la plus petite, et ainsi des autres.

Puisque par erreur on peut se servir d'une échelle pour une autre, il peut aussi arriver que la chaîne avec laquelle on mesure, diffère de sa longueur réelle. Cela arrivera toutes les fois qu'on se servira d'une chaîne à tourne-broche, et qu'on n'aura pas le soin de la vérifier souvent. Dans ce cas, il existera nécessairement une erreur dans la superficie trouvée en mesurant. Pour la rectifier, il ne s'agira que de chercher le rapport qu'il y a entre les quarrés de ces deux chaînes, afin d'ôter ou d'ajouter la différence. Supposons, par exemple, qu'après avoir mesuré une superficie de dix arpens quinze perches, on s'apperçoive que la chaîne avec laquelle on a mesuré étoit trop grande de cinq *doigts*, c'est-à-dire, qu'elle étoit exprimée par 1,005 au lieu de 1. Pour

connoître le rapport qu'il y a entre les quarrés de ces deux chaînes, il faut élever 1,005 à son quarré pour avoir 1,010025, dont la différence avec le quarré de 1 est 0,10025. Multipliant cette dernière quantité par 1015, on a 10,175 à ajouter à la quantité trouvée : ainsi, la superficie rectifiée sera 1025,175. On peut aussi y parvenir en considérant que les quarrés de ces deux chaînes étant entr'eux comme 1010025 : 1000000 (et non comme 1005 : 1000, qui est leur rapport en longueur), on a 1000000 perches quarrées de la chaîne avec laquelle on a mesuré = 1010025 de celle avec laquelle on auroit dû mesurer, faisant donc cette proportion :

1000000 : 1010025 :: 1015 : x = 1025,175,

ou 10 arpens 25 perches 18 mètres quarrés.

C'est par l'un ou l'autre de ces procédés qu'on trouve le rapport d'une mesure à une autre, et qu'on a construit des tables de comparaison des différentes perches les unes aux autres ; ces tables étoient très-commodes, car tous les jours un arpenteur opéroit dans des pays où la chaîne étoit différente, et lorsqu'il se servoit d'une chaîne qui n'étoit pas celle du lieu, il étoit obligé

de faire la réduction, ce qui lui demandoit beaucoup de temps.

La même difficulté n'existe plus, puisque la mesure est par-tout la même ; seulement, tant que la quantité portée aux titres ne sera pas convertie en nouvelles mesures, il faudra l'y réduire (121) ou par les méthodes qu'on vient de voir, ou par celle du n°. 3, qui est fondée sur le même principe.

Si je voulois réduire cinq arpens vingt perches, ancienne mesure de Paris, en nouvelles mesures ; au lieu de chercher le rapport de la perche quarrée au mètre quarré, je cherche celui de cette même perche au décamètre quarré ; je trouve 0,3418861, c'est-à-dire, que 10000000 perches quarrées, ancienne mesure, valent 3418861 perches quarrées, nouvelle mesure ; faisant donc cette proportion :

10000000 : 3418861 :: 520 : $x = 177,78$

ou 1 arpent 77 perches 78 mètres quarrés, comme au n°. 3.

155. Si, en mesurant la base $G'g$, on avoit oublié d'écrire une distance gh, on pourroit trouver cette distance sans retourner sur le terrein, car elle est égale à la racine quarrée du quarré de la ligne gi, moins Fig. 103.

celui de la perpendiculaire ih ; or ces deux lignes sont connues, car, outre cette perpendiculaire, on doit, pour plus d'exactitude, mesurer la largeur gi, il, de chaque figure.

Si l'on avoit oublié d'écrire la distance hk, comprise entre les deux perpendiculaires ih, lk, on pourroit encore trouver cette distance en se servant des autres mesures connues. En effet, si on imagine le triangle rectangle ipl, on aura le côté lp égal à la différence des deux perpendiculaires ih, lk qu'on a mesurées, et comme on connoît aussi le côté il, on aura dans ce triangle les données nécessaires pour avoir le côté $ip = hk$.

En prenant la racine quarrée du quarré gl, moins celui gk, on aura la perpendiculaire lk, qu'on suppose avoir oublié d'écrire sur le canevas.

Si l'on connoît les angles et le contour du canton Y, comme cela doit être, on trouvera la ligne gn, que l'on suppose avoir oubliée, sans avoir recours aux perpendiculaires élevées dans l'intérieur de ce canton, et sans retourner sur le terrein.

Pour parvenir à la connoissance de cette ligne, imaginez la perpendiculaire Lq, afin d'avoir

d'avoir un triangle rectangle Lqn, dans lequel vous connoîtrez l'hypoténuse et les angles, ce qui est suffisant pour déterminer qn et Lq. Ensuite, si vous imaginez la petite perpendiculaire ur, vous aurez un triangle rectangle Lur, dans lequel vous connoîtrez les angles et le côté Lr; ainsi, vous déterminerez les distances Lu, ur. Concevez la perpendiculaire sl, sur laquelle vous en supposerez une autre élevée au point r, afin d'avoir un triangle rectangle ltr, dans lequel vous connoîtrez l'angle droit, le côté lr et celui $rt = us$, que l'on trouve en ôtant Lu de $Lq - lg$; on aura donc le côté lt, qui, ajouté à la ligne ur, donnera la perpendiculaire $ls = gq$. Si l'on ajoute cette valeur à celle de la ligne qn, on aura évidemment la distance requise.

On peut trouver la distance lt sans chercher le côté rt, car l'angle rlt vaut, dans cet exemple, l'angle rlg, moins un angle droit; ainsi, on connoîtra les trois angles du triangle ltr avec le côté lr, ce qui suffit pour avoir lt. Comme l'explication de ces différens cas n'est autre chose que ce que nous avons dit au n°. 112 et suivans, je n'entrerai pas dans un plus grand détail sur cet objet.

156. Dans le cas où l'on auroit oublié de mettre l'échelle sur un plan, ou qu'elle se trouveroit endommagée, on pourra la recouvrer en opérant comme il suit : Choisissez dans le plan une figure triangulaire, dont la surface soit connue, comme cela doit être dans un plan géométrique ; réduisez cette figure en un quarré parfait ; divisez le côté de ce quarré en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la racine quarrée de la superficie, et prenez une de ces parties pour celle de l'échelle cherchée.

Fig. 106. Soit, par exemple, le triangle ABC, que je suppose de 169 perches de superficie. Si l'on prend une moyenne proportionnelle (9) entre la base AB et la moitié de la hauteur CD, on aura le côté du quarré égal en surface au triangle donné (10). Or, comme cette surface est 169, dont la racine $=13$, si l'on divise le côté de ce quarré en treize parties égales, une de ces parties sera la valeur d'une division de l'échelle : donc, si l'on prend dix de ces divisions, on aura le côté du quarré de l'échelle, qu'on achèvera, comme au n°. 21. Si la superficie que l'on choisit n'est pas un quarré parfait, sa racine contiendra nécessairement des sub-

divisions de l'unité principale. Dans ce cas, on multipliera cette racine par un nombre tel que ces subdivisions disparoissent, et on augmentera la moyenne proportionnelle dans la même proportion, pour avoir une ligne, qu'on divisera en autant de parties égales que cette racine multipliée contiendra d'unités.

Si, par exemple, la superficie du triangle que l'on choisit est de 182,25, sa racine sera 13,5; je fais disparoître les subdivisions de cette racine en la multipliant par 2, ce qui me donne 27; je double la moyenne proportionnelle pour avoir une nouvelle ligne, que je divise en 27 parties égales, dont chacune vaut une division de l'échelle.

On peut se dispenser de doubler la moyenne proportionnelle, car en la divisant en 27 parties égales, une division de l'échelle sera évidemment égale à deux de ces parties.

On voit que si les unités fractionnaires étoient des centièmes ou des millièmes, cette opération seroit, pour ainsi dire, impossible. Dans la pratique, on peut se contenter de chercher dans le plan une figure triangulaire, dont la surface soit assez près d'un quarré parfait, pour que l'échelle que

l'on construira ne diffère qu'insensiblement de la véritable.

S'il n'étoit point possible de trouver un tel triangle, on construiroit une échelle sur la ligne moyenne proportionnelle, qu'on diviseroit en un nombre de parties, égal à la racine du quarré qui approche le plus de la surface de ce triangle, et l'on détermineroit son rapport en longueur avec la véritable échelle.

Par exemple, si la racine du triangle choisi contenoit 16,32, on prendroit la seizième partie de la moyenne proportionnelle, égale au côté du quarré de même surface que ce triangle, et l'on construiroit une échelle, dont le rapport avec la véritable, seroit comme 50: 51; c'est-à-dire qu'une division de cette échelle vaudroit 1,02 de celle du plan. Ainsi, lorsqu'on mesurera les distances avec cette nouvelle échelle, il faudra compter 1,02 pour chaque division; mais quand on voudra mesurer des superficies, il faudra compter en raison des quarrés de ces échelles (154).

Du Compas de proportion.

157. Lorsqu'on ne veut point une précision rigoureuse, on se sert du compas de proportion dans les opérations de l'arpentage sur le papier; mais quand on se pique de mettre de l'exactitude dans son travail, on doit abandonner cet instrument, qui demande, de la part de l'artiste qui le construit et de celui qui en fait usage, une précision telle qu'on ne peut pas se flatter de s'en servir sans s'exposer à donner peu de justesse à ses opérations. Voici les principaux usages de cet instrument.

Pour diviser une ligne droite, par exemple, en sept parties égales, on prendra, avec un compas ordinaire, la longueur de la ligne proposée à diviser; on ouvrira le compas de proportion, jusqu'à ce que l'une des pointes du premier compas étant posée sur le point 70 de la ligne des parties égales, l'autre pointe tombe précisément sur le point correspondant 70 de la double ligne des parties égales. Ensuite, on prendra, avec un compas ordinaire, la distance du point 10 au point 10; l'ouverture de compas que l'on

aura, sera la septième partie de la ligne qu'on vouloit diviser.

On étoit maître d'ouvrir le compas de proportion de manière que le compas ordinaire étant ouvert de la grandeur de la ligne à diviser, ses pointes tombassent précisément sur les points correspondans 140 et 140 des lignes des parties égales, et de prendre sur ces mêmes lignes la distance du point 20 au point 20 pour la septième partie de la ligne à diviser.

Cet exemple doit suffire pour faire voir comment on doit s'y prendre pour diviser, au moyen de cet instrument, une ligne droite, en tel nombre de parties égales que l'on veut. Cet instrument peut aussi servir d'échelle de parties égales; car si l'on veut qu'une ligne droite quelconque représente une longueur de 100 perches, il ne s'agira que de prendre, avec un compas ordinaire, la longueur de cette ligne, et d'ouvrir ensuite le compas de proportion, jusqu'à ce que cette longueur tombe sur les points correspondans 100 et 100 des lignes des parties égales. Le compas de proportion restant dans cette situation, il est évident que la distance du point 10 au point 10, représentera 10 perches, celle du

point 11 au point 11, en représentera 11...&c.

Si l'on veut que la même ligne représente 5 perches, on ouvrira le compas de proportion, de manière que le compas ordinaire étant ouvert de la grandeur de cette ligne, ses pointes tombent sur les points correspondans 50 et 50 des lignes des parties égales; alors la distance du point 10 au point 10 représentera une perche, et celle du point 3 au point 3, vaudra trois dixièmes de perche, ou trois mètres; ainsi des autres distances.

Au moyen du compas de proportion, on peut aussi faire une figure semblable à une autre, et qui ait avec elle un rapport donné, par exemple, celui de 3 à 4.

Pour cela, prenez, avec un compas ordinaire, la longueur de l'un des côtés de la figure donnée; ouvrez ensuite le compas de proportion, de manière que le compas ordinaire étant ouvert de la grandeur de ce côté, ses pointes tombent sur les points correspondans 4 et 4, ou 40 et 40 de la ligne des plans; sur les mêmes lignes, prenez la distance du point 3 au point 3, ou celle du point 30 au point 30; enfin, sur l'une ou

l'autre de ces deux dernières distances, construisez une figure semblable à celle donnée.

Avec le même instrument on peut aussi connoître le rapport qui existe entre deux figures semblables; trouver une moyenne proportionnelle à deux lignes données; une quatrième proportionnelle à trois lignes droites données; mesurer la grandeur d'un angle...&c.

En se servant des lignes des cordes, lorsque dans un triangle on connoît deux côtés et l'angle compris, on trouve facilement le troisième côté. Par exemple, si les deux côtés sont respectivement 80 et 67, et que l'angle donné soit de 32°, on trouvera le troisième côté, en opérant ainsi :

Par la construction de cet instrument, la ligne des cordes représente toutes les cordes, depuis 1 jusqu'à 200 degrés; par conséquent, la corde d'un arc de 32° sera égale à la trente-deuxième division de cette ligne des cordes.

Cela posé, prenez, avec le compas ordinaire, une ouverture égale à la corde de l'angle de 32 degrés; posez les pointes de ce compas sur les points correspondans 100 et

100 des lignes des parties égales, et laissez le compas de proportion dans cette situation; ouvrez le compas ordinaire, de manière qu'une de ses pointes étant posée sur le point 80 de la ligne des parties égales, l'autre tombe exactement sur le point 67 de la double ligne des parties égales : cette ouverture sera la distance requise.

Il y a un autre compas de proportion, sur lequel sont marquées les lignes de *sinus*, *tangentes*...&c.

Au moyen de cet instrument, que l'on nomme *secteur*, on peut résoudre tous les problêmes de la trigonométrie rectiligne.

Manière de copier les plans.

158. On peut avoir la copie exacte d'un plan de plusieurs façons. Lorsqu'on est pressé, on se sert d'un moyen très-expéditif; on pose le plan à copier sur le papier destiné à recevoir la copie, et on l'attache à ce papier avec des épingles fines, de manière que ni le plan, ni la feuille de papier ne puissent se déranger; ensuite, avec une aiguille emmanchée, que l'on nomme *piquoir*, on pique les extrémités de toutes les lignes, les sinuo-

sités des rivières et des ruisseaux, les issues des chemins, les maisons, et généralement tout ce qui est nécessaire pour faire facilement la copie du plan.

Quand tout est bien piqué, on ôte le dessin de dessus la feuille de papier, et au moyen des points qu'on voit sur cette feuille, on met la copie au crayon, en cherchant les points qui peuvent servir à représenter les mêmes objets que sur l'original.

Quelque composé que soit un plan, quand on l'a piqué sans avoir multiplié les points mal-à-propos, il est facile de le reconnoître au crayon, en s'attachant à chaque partie en particulier.

Lorsqu'on est versé dans ces sortes d'opérations, on abrège beaucoup le travail en mettant tout de suite le plan au trait après l'avoir piqué, ce qui le rend plus propre que celui qu'on reconnoît au crayon avant de le mettre à l'encre.

Quand on ne veut point piquer un plan dans la crainte de le gâter, on se sert d'un grand carreau de verre, encadré dans un châssis de bois garni de deux montans; on pose le dessin, sur lequel est attaché un papier blanc, sur la vitre, et comme on voit

distinctement au travers, on suit légèrement, avec un crayon, tous les traits du plan, et l'on a la copie exacte, que l'on met ensuite à l'encre.

On peut aussi copier les plans au moyen des sections du cercle, et tirer de ces points de sections des lignes au crayon ou à l'encre, pour former les figures.

De la manière de mettre un plan de petit en grand, et réciproquement.

159. Lorsqu'un plan est trop grand ou trop petit, on peut le mettre dans telle proportion que l'on veut; mais il faut faire bien attention de ne point tomber dans les erreurs que peuvent commettre involontairement ceux qui n'ont aucune connoissance des simples élémens de géométrie, car lorsqu'on leur propose, par exemple, de réduire un plan à la moitié, ils font une échelle moitié plus petite que celle qui a servi au rapport du plan; ce qui leur donne un plan qui, au lieu d'être la moitié de celui qu'ils copient, en est le quart: en effet, en tirant par le point E, moitié de AC, la ligne EF parallèle à AB, et par le point G, moitié de AB, la ligne Fig. 107.

GH, parallèle à AC, il est visible que la portion x n'est que le quart de la figure $ACDB$, et non pas la moitié. Par la même raison, si l'on prenoit le tiers de chaque côté de cette figure, on la réduiroit au neuvième et non pas au tiers...&c.

Il ne faut pas non plus *doubler*, *tripler* l'échelle pour faire un plan *double*, *triple* d'un autre, car le premier seroit quadruple, et le second neuf fois plus grand; c'est-à-dire, que ces plans seroient entr'eux comme les quarrés de leurs côtés homologues.

Pour ne pas tomber dans de pareilles erreurs, il faut chercher une moyenne proportionnelle entre un côté du quarré de l'échelle du plan, et la ligne proposée; cette moyenne proportionnelle sera le côté du quarré de l'échelle, qui fera le plan qu'on demande. Par exemple, si l'on veut réduire un plan à la moitié, on cherchera (9) une moyenne proportionnelle entre le côté du quarré de l'échelle du plan et sa moitié, et l'on construira, sur cette moyenne proportionnelle, une échelle qui réduira le plan à la moitié. Si le plan devoit être réduit au tiers, on prendroit une moyenne proportion-

nelle entre le côté du quarré de l'échelle du plan et son tiers...&c.

Pour faire un plan *double* ou *triple* d'un autre, il faut prendre une moyenne proportionnelle entre le côté du quarré de l'échelle, et son double ou son triple; cette moyenne proportionnelle sera le côté du quarré d'une nouvelle échelle qui fera le plan comme on le demande. Lorsqu'il ne se trouve pas d'échelle sur le plan, on la cherche par le procédé du n°. 156.

Quand l'échelle est faite, il est bon, pour plus d'exactitude, de tirer sur le plan deux lignes au crayon, qui se coupent à angles droits, et qui le partagent en quatre parties; de mesurer ces lignes bien exactement sur l'échelle du plan, et de donner le même nombre de parties, mais prises sur la nouvelle échelle, à celles que l'on tirera sur la copie pour les représenter. Lorsque ces lignes seront ainsi déterminées, on commencera par le point où elles se croisent, en s'écartant toujours, sans cependant quitter ces lignes avant que les figures qu'elles coupent ne soient réduites. Pour y parvenir plus aisément et plus promptement, on concevra toutes les figures partagées en trian-

gles, que l'on déterminera par des points d'intersection, en observant toujours de prendre les mesures de la figure du plan original sur son échelle, afin de prendre une même quantité de parties sur la nouvelle échelle.

On peut aussi réduire ou augmenter un plan, en divisant sa longueur et sa largeur en parties égales, à chacune desquelles on donne tel nombre de parties que l'on veut de son échelle; ensuite, on tire parallèlement à la longueur et à la largeur du plan, des lignes au crayon qui se coupent à angles droits.

Si l'on veut réduire, par ce moyen, un plan à moitié, au quart...&c. il ne s'agira, comme ci-dessus, que de trouver une moyenne proportionnelle entre chacun des côtés qu'on a d'abord tracés sur l'original, et sa moitié ou son quart, et de diviser chaque moyenne proportionnelle en autant de parties égales qu'il y a de divisions dans celles qu'elles représentent; enfin, de tirer par les points de divisions, des lignes qui formeront des quarrés semblables à ceux qui sont sur l'original.

Lorsque les quarrés sont construits, on rapporte à vue, dans ceux de la première

rangée de la copie, ce qui est dans les correspondans de la première rangée du plan original; savoir, ce qui se trouve dans le premier quarré de l'une, dans le premier quarré de l'autre; ce qui est dans le second de l'une, dans le second de l'autre...&c.; le tout en proportion, et en suivant les mêmes rangées, en longueur ou en largeur, afin de ne point se tromper de quarré. Il arrive quelquefois qu'on est obligé de tirer des diagonales dans les quarrés, afin de rapporter avec plus de précision les différentes choses qui s'y trouvent, et qui demandent une attention particulière. On se sert aussi d'une échelle pour déterminer certaines longueurs, qui ne le peuvent être par le moyen des quarrés; comme lorsqu'une ligne traverse le côté d'un quarré, et qu'il est nécessaire d'avoir exactement la distance qu'il y a du nœud du quarré au point de section; ou lorsqu'une ligne se terminant dans un quarré, on veut savoir son étendue depuis le côté du quarré jusqu'à son extrémité.

Pour connoître ce que ces intervalles ont de longueur, on les porte sur l'échelle du plan, et à mesure qu'on les connoît, on prend le nombre de parties que chacune

contient sur la nouvelle échelle, afin de déterminer les points dont on a besoin.

Quand le dessin est entièrement au crayon, on le met au trait ; ensuite, avec une mie de pain rassis, on le frotte légèrement pour effacer les quarrés et les fausses lignes qu'on peut avoir faites en mettant le dessin au crayon.

160. Nous n'avons point parlé du rapport des plans visuels, attendu que n'étant assujettis à aucune règle fixe, il ne s'agit que de faire la longueur des lignes et l'ouverture des angles, à-peu-près comme on les a dessinés sur le terrein, et de corriger ses opérations, faites d'abord au crayon, jusqu'à ce qu'elles puissent convenir ensemble, sans être gênées.

CHAPITRE

CHAPITRE II,

Contenant la Géodésie, ou l'art de partager les champs.

161. La Géodésie enseigne à diviser un terrein en un certain nombre de parties égales, ou qui soient entr'elles dans des rapports donnés.

Comme l'arpenteur se trouve tous les jours dans le cas de faire ces sortes d'opérations, il est nécessaire qu'il sache partager les différentes figures qui se présentent, en se conformant d'ailleurs aux conditions que peuvent imposer les personnes qui font procéder au partage.

La division d'un terrein peut se faire de deux manières : 1°. en levant d'abord le plan du terrein, et faisant ensuite la division sur ce plan rapporté. 2°. En cherchant, par le calcul, les quantités inconnues, au moyen de celles données ou mesurées.

Afin d'habituer les jeunes arpenteurs à démêler ces inconnues des quantités connues, j'appliquerai presque toujours ces deux solutions à la même question, en commençant

par la première méthode, qui suppose qu'on a levé et rapporté sur le papier le plan du terrein à diviser.

PROBLÊME PREMIER.

Partager le triangle BAC *en trois parties égales, par des lignes droites tirées de l'angle* B ?

Fig 108. 162. Divisez la base AC en trois également (7), et menez, par les points de division, les lignes Bd, Be, qui feront le partage demandé. En effet, les triangles ABd, Bde, BeC sont égaux en surface, puisqu'ils ont une base égale et une même hauteur Bf. Donc, si, en mesurant de A en C, on trouve, par exemple, 18 perches, il faudra en donner 6 à chaque division.

Si le triangle devoit être partagé en parties inégales, par exemple, dans le rapport
Fig. 109. de 2 à 3, on diviseroit la base AC en cinq parties égales, et sur la seconde division d, on tireroit une ligne Bd, qui diviseroit le triangle dans le rapport demandé. Si, par exemple, la base AC est de 12 perches, on prendra les deux cinquièmes de $12 = 4{,}8$ pour la base Cd de la plus petite partie.

Ces opérations ont lieu toutes les fois que plusieurs particuliers font des mises différentes pour l'acquisition d'nn terrein, ou lorsque, de plusieurs entre lesquels un terrein est à partager, une partie vend à un autre ce qui doit lui revenir, &c.

Lorsqu'on n'est pas obligé, par quelques considérations, à diviser un triangle en portions triangulaires, il faut le partager par des lignes parallèles ou non parallèles à l'un de ses côtés. (*Voyez les numéros* 193 *à* 195, *comment on opère ces divisions.*)

PROBLÈME DEUXIÈME,

Diviser une figure régulière en un nombre quelconque de parties égales?

163. Si la figure est de quatre côtés, on divisera deux côtés parallèles en autant de parties que l'on en veut, et on mènera des lignes par les points de division. Fig. 110, 111 et 112.

Les figures 110 et 111 offrent un quarré et un parallélogramme divisés en six parties égales, par les lignes $1l$, $2m$, $3n$..... &c. Si la figure a plus de quatre côtés, on divisera son contour dans le nombre de parties demandées, et du centre de la figure, on

tirera des lignes aux points de division. La figure 112 représente un hexagone divisé en six parties égales.

164. Lorsqu'un quadrilatère aura deux côtés parallèles, on divisera chacun de ces côtés en autant de parties égales qu'on en veut dans la surface, et on joindra les points de division par des lignes droites.

Fig. 113. $ABCD$ est un trapèze divisé en cinq parties égales, par les lignes ek, gl, hm, in; car en prolongeant les côtés non-parallèles, jusqu'au point de concours O, on aura un triangle AOD, et un autre petit triangle BOC, qui en fait partie et qui lui est semblable. Ces deux triangles sont divisés de la même manière et en même nombre de parties égales. Ainsi, ôtant les petits triangles égaux des grands triangles, aussi égaux, les trapèzes restans seront aussi égaux un à un.

Fig 114. 165. On veut partager le trapèze $ABCD$ en trois parties égales, par les points L, M qui divisent la base inégalement. Coupez les côtés parallèles AD, BC, chacun en trois également, aux points d, n, r, o; les lignes dr, no diviseront le trapèze proposé en trois quadrilatères égaux. Menez dM, sa parallèle rt, et donnant le triangle dMt

pour son égal dMr, la ligne Mt fera le quadrilatère $AMtB$, égal au quadrilatère $ArdB$, tiers du trapèze proposé.

Menez Ln, sa parallèle op et la ligne Ep qui fera le quadrilatère $ALpB$ égal au quadrilatère $Aon B$, et $LpCD$ restera égal au quadrilatère $onCD$, aussi tiers du trapèze donné.

PROBLÈME TROISIÈME.

Partager une figure irrégulière en un certain nombre de parties égales entr'elles ?

166. Soit le quadrilatère $ABCD$ qu'il s'agisse de diviser. Tirez du point B, parallèlement au côté AD, la ligne Be; divisez cette parallèle, ainsi que le côté AD, en autant de parties qu'on en veut dans le quadrilatère, par exemple, en deux parties; aux points de division h et k de ces deux lignes, menez les droites Ck, kh, qui donneront le quadrilatère $CkhD$, moitié du quadrilatère proposé. En effet, ce qnadrilatère est composé du trapèze $hkeD$, moitié du trapèze $ABeD$, et d'un triangle Cek, moitié du triangle BCe. Fig. 115 (1ère).

Si, du point C, on mène Ch; que du point k on conduise à cette ligne une pa-

rallèle fk, et qu'on tire ensuite fh, on aura le quadrilatère $Cfh\,D$ égal au quadrilatère $CkhD$, car ce dernier quadrilatère est composé des triangles CDh, Chk; or, à cause de la parallèle fk, le triangle Chf est égal au triangle Chk; donc, les triangles CDh, Chf valent le quadrilatère $Cfh\,D$. Au moyen de cette construction, on a une figure moins irrégulière que celle qu'on avoit d'abord.

S'il falloit diviser ce quadrilatère en trois parties égales, on partageroit la base AD et la parallèle Be en trois également; on chercheroit, en opérant comme tout-à-l'heure, la ligne fh, qui fît le quadrilatère $CfhD$ égal au tiers du quadrilatère proposé, et l'on partageroit le reste $ABfh$ en deux parties égales, en faisant une opération semblable. On opéreroit de la même manière, si la figure devoit être partagée en un plus grand nombre de parties égales.

Fig. 115 (5e).

L'opération n'auroit pas plus de difficultés s'il falloit diviser cette figure dans des rapports donnés; par exemple, il peut arriver que neuf héritiers ayent à partager ce quadrilatère, et que trois d'entr'eux achètent la part des six autres; savoir, l'un une part,

l'autre deux et le dernier trois; alors, il faudra partager ce terrein en trois parties, qui soient entr'elles comme les nombres 2, 3 et 4. Pour cela, on coupera les deux parallèles AD, Be dans le rapport de ces nombres (162); c'est-à-dire qu'on les divisera en neuf parties égales, et qu'à la seconde et cinquième division, on fera les mêmes opérations que pour diviser le plan en deux également.

Autre solution.

167. Etant sur le terrein, mesurez les triangles BCh, ABh, et vous aurez, dans le cas de la division par 2, Fig 115 (2°).

$$Bf=\left(\frac{\frac{1}{2}ABCD-ABh}{\frac{1}{2}oh}\right)$$

$$=\left(\frac{ABCD-2ABh}{oh}\right),$$

et

$$Cf=\left(\frac{ABCD-2CDh}{oh}\right).$$

Si le quadrilatère devoit être partagé en trois parties égales, on auroit Fig 115 (3°).

$$Cf=\left(\frac{\frac{1}{3}ABCD-CDh}{\frac{1}{2}oh}\right),$$

et

$$Bn = \left(\frac{\frac{1}{3}ABCD - ABm}{\frac{1}{2}lm}\right).$$

Si cette figure devoit être partagée dans le rapport des nombres 2, 3 et 4, on auroit

Fig. 115 (4°).

$$Bn = \left(\frac{\frac{2}{9}ABCD - ABm}{\frac{1}{2}lm}\right),$$

et

$$Cr = \left(\frac{\frac{4}{9}ABCD - CDp}{\frac{1}{2}op}\right).$$

(*Voyez le n°.* 260.)

Fig. 116 (1ère).

168. Soit l'hexagone irrégulier $ABC DEF$ à partager en trois parties égales. On mènera de chaque angle, parallèlement à la base AB, les droites FS, Cr, Et; on divisera ces lignes, chacune en trois parties égales, et aux points de division g, h, k, p, on conduira les droites Dg, gh, hk, kp; on cherchera la ligne qui donne le tiers du quadrilatère $CDEr$ (166); puis celle qui donne la somme de ce tiers avec celui du trapèze $CSFr$; enfin, cette ligne étant déterminée, on cherchera celle qui, comme la précédente, donnera la somme du tiers du pentagone $CDEFS$ avec le tiers du trapèze $AFSB$; cette dernière ligne déterminera évidemment le tiers de la figure proposée.

Les personnes qui voudroient se rendre raison de ce procédé, ne seroient peut-être pas satisfaites de ne point trouver l'explication de cette construction, qui est un peu compliquée ; je vais la rapporter succinctement.

Les lignes Dg, gh donneront le quadrilatère $CDgh$, tiers du quadrilatère $CDEr$; si on tire Dh, sa parallèle ig et la ligne ih, on aura le quadrilatère $CDih = \frac{1}{3} CDEr$. Menez ik, sa parallèle hl, jusqu'à ce qu'elle rencontre le prolongement du côté ED ; menez kl, et vous aurez le triangle ilk égal au triangle ihk ; comme ce triangle ilk n'a pas toute sa surface dans celle de l'hexagone proposé, il faut lui en substituer un autre qui lui soit égal, et qui soit terminé par les côtés de cet hexagone.

Pour cela, tirez Dk, sa parallèle lo, et menez ko pour avoir le quadrilatère $oCSk$, tiers du pentagone $CDEFS$. Menez op, sa parallèle km et la ligne pm ; vous aurez le quadrilatère $BCmp$, tiers de l'hexagone proposé.

Il reste encore l'hexagone $ApmDEF$ à diviser en deux également, ou bien, ce qui revient au même, on déterminera un autre

tiers de l'autre côté, par des opérations semblables à celles qu'on a faites pour déterminer le premier tiers.

Toutes les lignes qu'on voit dans cette figure n'y sont tracées que pour aider à la démonstration qu'on pourroit faire ; car on voit facilement qu'il suffit de les marquer par un point à chaque extrémité, et de couduire, sur le plan, seulement les principales lignes de division ; ce qui évite la confusion, et rend assez simple une opération que la multitude des lignes de la figure paroît rendre très-composée.

Par le calcul.

Fig. 116 (2°). 169. Bp étant égal au tiers de AB, je mesure le triangle BCp ; je soustrais sa surface de celle du tiers de la figure à partager, et je divise le reste par la moitié de la perpendiculaire ap ; le quotient me fait connoître en nombres la ligne Cm. Pour avoir le point I, comme le point q est déterminé par $pq = Bp$, je mesure les triangles Dpm, Dpq, et la somme étant moindre que celle du tiers de la figure proposée, je suis assuré que le point I doit tomber sur la ligne ED.

Je divise donc la différence de la somme de ces triangles au tiers de la figure à partager, par la moitié de la perpendiculaire dq; le quotient me donne la distance DI.

170. On peut aussi diviser une figure irrégulière quelconque, en la réduisant d'abord en un triangle de même surface, qu'on divise en autant de parties égales que la figure qu'il représente doit l'être.

Pour partager, par ce moyen, le quadrilatère $ABCD$ en trois parties égales, réduisez d'abord le quadrilatère proposé en un triangle BCF de même surface (19). Fig. (...) 117

Coupez la base FB en trois parties égales, et menez aux points de division les lignes Cv, Cg, qui diviseront le triangle BCF en trois triangles égaux. Par les points h et i, où vous voulez que ces divisions aboutissent sur la base, menez les droites Ci, Ch, et les parallèles gk, vl; mettez le triangle Cik à la place de son égal Cig, pour avoir le quadrilatère $BCki$ égal au triangle BCg: enfin, donnez le triangle Chl pour son égal Chv; le quadrilatère $BClh$ vaudra le triangle BCv, et le quadrilatère $ADlh$ sera égal au triangle CFv.

Autre solution.

Fig. 117 (2e). 171. Aux points h et i, où vous voulez que ces divisions aboutissent, menez sur le terrein, les lignes Dh, Di, Ci, Ch, et mesurez les triangles CBi, CBh, CDi, ChD, ainsi que le côté CD. Ces opérations étant faites, vous aurez

$$Ck=\left(\frac{\frac{1}{3}ABCD-CBi}{CDi}\right)\times CD,$$

et

$$Dl=\left(\frac{\frac{1}{3}ABCD-ADh}{CDh}\right)\times CD.$$

Si l'on opère comme dans l'exemple précédent, on aura

$$Ck=\left(\frac{\frac{1}{3}ABCD-CBi}{\frac{1}{2}r.i}\right),$$

et

$$Dl=\left(\frac{\frac{1}{3}ABCD-ADh}{\frac{1}{2}sh}\right).$$

Partager le plan BV *dans le rapport de* 2 *à* 3, *à partir du point* D?

Fig. 118. 172. Réduisez cette figure en triangle BCK, et divisez la ligne BK en deux parties

Bm, mK, qui soient entr'elles dans le rapport donné. Tirez Cm, et les triangles BCm, mCK, seront entr'eux comme leurs bases. Continuez le côté CP vers O; menez CD, sa parallèle mO, et mettez le triangle CDO pour son égal CDm. Menez DP, sa parallèle OI, et la ligne DI, qui fera le partage demandé.

On voit donc, en général, que lorsqu'on a un champ, soit régulier, soit irrégulier, d'un certain nombre de côtés, à diviser en portions égales, ou en portions doubles, triples...&c. les unes des autres, il faut d'abord réduire la figure en triangle; diviser la base de ce triangle en autant de parties égales qu'il faudra de parts, en faisant attention de compter pour deux, trois parts...&c. celles qui devront être doubles, triples...&c. d'une part simple, et se conduire ensuite comme aux articles précédens.

Si l'on préfère chercher les inconnues par le calcul, on sera dispensé de faire toutes ces opérations, mais il faudra en faire, sur le terrein, d'autres qui mettent à même de pouvoir résoudre la question, comme on l'a vu dans les exemples ci-dessus.

173. *Remarque.* Souvent ceux qui ont

droit au partage veulent que chaque héritage aboutisse à un puits, une maison, une roche...&c. afin qu'aucun ne supporte seul cette servitude; dans ce cas, l'arpenteur ne peut pas procéder au partage par la voie la plus commode. Il est donc bon qu'il soit en état de faire face à toutes les difficultés qui peuvent se présenter.

Le point d'où doivent partir les lignes de division, peut être placé au sommet d'un des angles, sur un des côtés, ou dans la surface du terrein.

Partager le quadrilatère ABCD *en trois également, par des lignes tirées de l'angle* C?

Fig. 119 (***). 174. Tirez une diagonale BD, opposée à l'angle où est le point donné; divisez cette diagonale en autant de parties égales que le quadrilatère doit l'être. Des angles A et C menez au point o, l'un des points de division de la diagonale BD, les lignes Ao, Co, et la diagonale AC.

Si du point o on mène of parallèlement à AC, et qu'on tire Cf, la partie CDf sera évidemment le tiers du quadrilatère proposé, si Do est le tiers de BD.

De même, si du point g de la seconde division, on mène gh parallèlement à AC, et qu'on tire Ch, le quadrilatère proposé sera partagé en trois parties égales.

Par le calcul.

175. Mesurez le triangle ABC, et voyez s'il est assez grand pour former une part; s'il est trop grand, comme on le suppose dans cet exemple, divisez le tiers du quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire Cg; le quotient sera Bh. Pour avoir le point f, divisez le tiers du quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire Ck; le quotient sera Df. Fig. 119 (2°).

Diviser le quadrilatère ABCD *en trois également, par deux lignes menées de l'angle* D ?

176. Tirez AC, que vous diviserez en trois parties égales; menez BD, ses parallèles ei, hl, et les lignes Di, Dl, qui feront le partage demandé. Fig. 120 (1ère).

Si l'on cherche les inconnues par le calcul, on divisera le tiers du quadrilatère proposé, d'abord par la moitié de la perpendiculaire Dm, et ensuite par la moitié de celle Fig. 120 (2°).

Dk ; les quotients seront respectivement égaux aux lignes Cl et Ai.

Diviser le quadrilatère A B C D *en quatre parties égales, par des lignes tirées de l'angle* A ?

Fig. 121 (1ère). 177. Des extrémités B et D, tirez la ligne BD, que vous pouvez regarder comme une diagonale, et divisez-la en quatre parties égales ; menez la diagonale AC, ses parallèles he, if, kg, et les droites Ae, Af, Ag, qui diviseront le quadrilatère proposé en quatre également.

En effet, si du point C on mène les lignes Ah, Ch, Ai...&c. à chacun de ces points de division, on aura, 1°. quatre triangles BAh, hAi... &c. dont chacun sera le quart du triangle ABD. 2°. Quatre autres triangles BCh, hCi...&c. qui seront aussi chacun le quart du triangle BCD, et comme ce dernier triangle est l'excès du triangle ABD sur le quadrilatère proposé, il est évident que les triangles BCh, hCi...&c. sont chacun l'excès de chaque triangle, tel que BAh, sur le quart du quadrilatère ; c'est-à-dire, que le triangle BAh, moins le triangle

triangle BCh, est égal à la partie BAe, ou au quart du quadrilatère proposé.

Les triangles Aeh, sont égaux à eCh, car ils ont même base he, et sont compris entre les mêmes parallèles he, AC: conséquemment $Aeh+Beh=BCh$; et puisque la différence du triangle BAh, au triangle BCh est égale au quart du quadrilatère proposé, il suit que $BAh-eAh-Beh=BAe=\frac{1}{4}ABCD$. On prouveroit de la même manière que chacune des autres portions est le quart de la figure à diviser.

Autre solution.

178. Après avoir mesuré le triangle ADC, et reconnu qu'il ne contient pas trois divisions, je divise le quart, et ensuite la moitié du quadrilatère, par la moitié de la perpendiculaire Ar; les quotiens me font connoître les lignes Dg, Df. Je divise ensuite le quart du même quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire Ap, pour avoir la distance Be. Fig. 121 (2°).

179. S'il falloit diviser le même quadrilatère en six parties égales par des lignes tirées du point B, on y parviendroit en menant Fig. 122 (1ère).

une diagonale AC, qu'on diviseroit en six également, et tirant à la diagonale BD, par les points de division de la ligne AC, des parallèles qui détermineroient, sur le côté AD, les points du partage de cette figure ; mais comme il faudroit rejeter dans le quadrilatère ce que les triangles auroient en dehors, il est plus expéditif de convertir cette figure en un triangle ABE de même surface, et dont le sommet soit le point donné : cela posé, on divisera la base AE en six parties égales, et tirant, du point B, des lignes aux points de division f, g, h, on formera les triangles ABf, fBg, gBh, qui seront chacun la sixième partie du triangle ABE, ou du quadrilatère. Mais les triangles hBi, iBk, kBE, sont en partie hors de la figure ; il faut leur substituer, dans la partie iCD du quadrilatère, des surfaces égales à celles qu'ils ont en dehors.

Commençons par rejeter en dedans du plan la partie que le triangle hBi a en dehors. Pour cela, joignant les points C et i, et du point B menant à cette ligne la parallèle Bl, et tirant Cl, on aura $Cil = CBi$, puisque ces deux triangles auront même base Ci, et leurs hauteurs sur la parallèle Bl.

Conséquemment, en ajoutant à chacun de ces triangles la partie $hBCi$, on aura le quadrilatère $BhCl = hBi = \frac{1}{6} ABCD$.

On a la même opération à faire pour le triangle iBk; mais on remarquera que le terrein en B se trouvant distribué par les partages précédens, les lignes de division ne peuvent plus partir de ce point donné; si l'on est forcé de s'y astreindre, il faudra donner aux divisions du quadrilatère une autre figure, en tirant la diagonale AC, qu'on divisera en six parties égales, et des points B et D, tirant à chaque point de division de cette diagonale, des lignes, telles que Bq, Dq; le quadrilatère $ABCD$ se trouvera divisé en six quadrilatères égaux; mais cette façon d'opérer offre des désavantages, sur-tout par la perte du terrein qu'elle peut causer en B et en D.

La position du point D étant la même, relativement au point C, si l'on vouloit faire partir les lignes de ce point D, l'opération seroit absolument la même que celle qu'on a pratiquée pour le point B.

Par le calcul.

Fig. 122 (2e). 180. Je mesure le triangle $AB\,o$, et comme il ne contient pas quatre portions, je divise successivement le sixième, le tiers et la moitié du quadrilatère proposé, par la moitié de la perpendiculaire Bs; les quotiens me font connoître les lignes Af, Ag, Ah. Ensuite, je soustrais ces trois portions du triangle $AB\,o$ pour avoir le reste $hB\,o$, que je soustrais du sixième du quadrilatère; je divise le reste par la moitié de la perpendiculaire Ci, le quotient me donne la distance $o\,l$. Enfin, je trouve la ligne $lm=mD$, en divisant le sixième du quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire Ci; ou plus simplement, le point m se trouvera en partageant $l\,D$ en deux également.

Diviser le plan A D *en six parties égales, par des lignes menées du point* A?

Fig. 123 (1re). 181. Réduisez ce plan en un triangle $A\,I\,R$, et divisez IR en six parties égales. Continuez DE vers m, EF vers b, et FG vers r. Menez $A\,D$, ses parallèles do, ft, gs, Rm; tirez $A\,E$, ses parallèles tv, sx-

mb. Menez AF et ses parallèles xy, br; enfin, conduisez AG et sa parallèle rH.

Si des points a, c, o, v, y, qui se rencontrent sur les côtés du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la division demandée.

Remarquez que les parallèles Rm, mb, br, rH, n'ont été tirées que pour s'assurer si l'opération est exacte; car il est évident que la dernière parallèle rH doit tomber sur le point H, si l'opération a été bien faite.

Autre solution.

182. En désignant le sixième de la surface proposée par S, on aura,

$$Ca = \frac{S - ABC.}{\frac{1}{2}Ak}; \quad ac = \frac{S}{\frac{1}{2}Ak};$$

Fig. 123 (2e).

$$Do = \frac{S - AcD}{\frac{1}{2}Al}; \quad Ev = \frac{S - AEo}{\frac{1}{2}Am}$$

$$\text{et } Fy = \frac{S - AEv}{\frac{1}{2}An}.$$

183. Si le polygone à diviser avoit un angle rentrant, tel que D, et qu'il fût à diviser, par exemple, en deux parties égales, par des lignes tirées du point A; après avoir

Fig. 124 (1ere).

converti cette figure en un triangle égal ABI, marquez le point k au milieu de BI. Le triangle ABk vaudra la moitié du plan proposé. Prolongez CD vers g; menez AC, sa parallèle kg, la ligne Ag, et donnez le triangle ACg pour son égal ACk: tirez AD, sa parallèle gh, et le triangle ADh étant mis pour son égal ADg, la ligne Ah fera le partage demandé.

Par le calcul.

Fig. 124 (2e). 184. Je commence par m'assurer sur quel côté doit tomber le point h; pour cela, je mesure la partie $ABCD$, et comme elle ne contient pas la moitié de la figure proposée à diviser, je conclus que ce point h doit être sur la ligne DE. Je divise la différence qu'il y a entre la moitié de cette figure et la partie que je viens de mesurer, par la moitié de la perpendiculaire An. Le quotient me fait connoître la ligne Dh. En opérant de la même manière, on trouveroit le point o de la figure suivante.

Diviser le plan BE *en deux également, par une ligne menée de l'angle* A ?

185. Réduisez ce plan en triangle AEF ; faites Eg, moitié de EF, et menez Ag. Si le triangle AEg étoit entièrement dans le plan, le partage seroit fait ; mais la partie Cih étant dehors, il faut la faire rentrer comme il suit : menez Cg, sa parallèle Dl et la ligne Cl ; puis donnez le triangle iDg pour son égal iCl. Tirez encore AC, sa parallèle lo ; donnez le triangle Aoh pour son égal Chl, et la ligne Ao fera le partage demandé. Fig. 125.

186. D'après les exemples qu'on vient de donner, on voit que de la position du point dépend le plus ou le moins de facilité dans l'opération, de régularité et de contiguité dans les parties ; ainsi, si le sommet de l'angle auquel doivent aboutir toutes les divisions n'étoit pas donné, l'arpenteur pourroit, non-seulement déterminer avec facilité le sommet de l'angle qui lui procurera le plus abondamment tous ces avantages, mais encore, en présentant différens résultats, mettre les partageans à même de choisir celui qui paroîtra le mieux leur convenir.

Diviser le plan B F *en deux également, par une ligne menée du point* G ?

Fig. 126 (1ère). 187. Réduisez cette figure en un triangle égal *B C H*. Divisez la base *B H* en deux également, au point *i*, et le triangle *BCi* sera moitié du triangle *B C H*. Menez *D i*, sa parallèle *C k* et la ligne *i k* qui divisera la figure en deux parties égales ; car mettant le triangle *D i k* pour son égal *D C k*, la partie *i k D C B* sera égale au triangle *B C i*. Tirez *G k*, sa parallèle *i l*, et la ligne *G l*; puis, donnez le triangle *G k l* pour son égal *G k i*. Tirez *G e*, sa parallèle *l m*, et la ligne *G m*, qui fera le partage demandé.

Autre solution.

Fig. 126 (2e). 188. Après m'être assuré que la partie *G A F E* contient plus que la moitié de la figure proposée, je divise la différence de cette moitié à la partie que je viens de mesurer, par la moitié de la perpendiculaire *G n*, afin d'avoir la distance *E m*.

Partager le pentagone ABO *en trois parties égales, par des lignes tirées du point* F, *en sorte que la ligne* AF *fasse une division ?*

189. Réduisez cette figure en un triangle *FGH*; partagez la base *GH* en trois également. Prenez *kH*, tiers de cette base, que vous porterez de *A* en *D*; alors le triangle *ADF* vaudra le tiers du triangle *FGH*. Menez *Fi*, sa parallèle *De*, la ligne *eF*, et le triangle *Fie* étant mis pour son égal *FiD*, le quadrilatère *AFei* sera le tiers du pentagone proposé. Faites *Al*=*AD*; le triangle *AlF* sera égal au triangle *ADF*, tiers du triangle *FGH*. Fig. 127 (1re).

Continuez *AO* vers *m*; menez *lm* parallèlement à *AF*, et supposez la ligne *Fm*; le triangle *AFm* sera égal au triangle *AFl*. Tirez *FO*, sa parallèle *mn*, la ligne *Fn*, et vous aurez le quadrilatère *AFnO*, égal au triangle *AFl*.

Autre solution.

190. En désignant le tiers de la surface du pentagone par la lettre initiale *S*, on a Fig. 127 (2e).

$$On = \frac{S - AFO}{\frac{1}{2}Fp} \quad \text{et} \quad ie = \frac{S - AFi}{\frac{1}{2}Fr}$$

Diviser le plan BE *en six parties égales, par des lignes tirées du point* D?

Fig. 128. **191.** Réduisez cette figure en un triangle AFG, et divisez la base de ce triangle en six également, aux points h, l, n, b, a. Menez hi, parallèlement à AC, et conduisez Ai, AD, Di, pour avoir le quadrilatère $AB\,i\,D$, qui excède le triangle ABi, sixième partie de la figure proposée, de tout le triangle ADi. Menez Ak, parallèlement à Di, et tirez Dk; vous aurez évidemment le quadrilatère $AB\,k\,D$ égal à la sixième partie de la figure à diviser. Menez Dl, sa parallèle Am, la ligne Dm, et vous aurez le pentagone $AB\,C\,m\,D$ égal au tiers de la figure; par conséquent, $D\,k\,C\,m$ en sera la sixième partie.

Passant à la troisième division, on mènera Dn, sa parallèle Ap et la ligne Dp; on mènera aussi DO, sa parallèle pq, la ligne Dq, et l'on aura $AB\,CO\,q\,D$ égal à la moitié du pentagone proposé; donc, $Dm\,O\,q$ en sera la sixième partie.

En menant Db, sa parallèle Ar; DO, sa parallèle rs, et tirant Ds, on aura le triangle

Dqs égal à la sixième partie du pentagone à diviser.

On détermineroit la cinquième portion de la même manière ; mais comme dans cet exemple la ligne Da seroit fort inclinée, la parallèle qu'il faudroit lui mener, du point A, porteroit à une trop grande distance, et rendroit trop incertain le vrai point de section de cette parallèle avec le prolongement de la ligne FG. On peut parer à cet inconvénient en observant que le triangle Dqs étant la quatrième portion, il n'y a qu'à faire $st=qs$, pour avoir $Dst=Dqs$, et faire ensuite rentrer dans le plan la partie qui est en dehors; pour cela, menez DE, sa parallèle tv, la ligne Dv, et vous aurez $DvEs$ pour la cinquième partie demandée.

Solution par le calcul.

192. On partagera cette figure en triangles par des lignes menées du point donné à chacun des angles, et on mesurera son périmètre, ainsi que les perpendiculaires Og, Ok, Oi, Oh, Of, afin de calculer la surface des triangles AOB, OBC, OCD, ODE, OEA, qui composent la superficie de cette figure; enfin, on cherchera les [Fig. 129.

inconnues, comme dans les exemples précédens. Pour mieux fixer les idées, je vais résoudre cette question numériquement.

En supposant les dimensions telles qu'on les voit écrites dans cette figure, je trouve que la superficie est de 164,65. Si donc le partage doit être fait, par exemple, en quatre parties égales, chaque portion contiendra 41,16. Comme le triangle *O E A* ne contient que 20,9, il faut lui ajouter un triangle qui contienne 20,26. Pour déterminer cette quantité, je la divise par la moitié de la perpendiculaire *Og;* le quotient 8,44 est ce qu'il faut prendre de *A* en *l*. Si du triangle *A O B* = 34,8, on retranche le triangle *A l O* = 20,26, il restera 14,54, dont la différence avec 41,16 est de 26,62. Comme cette dernière quantité peut être prise dans le triangle *O B C*, je la divise par la moitié de la perpendiculaire *O k;* le quotient 5,22 est ce qu'il faut prendre de *B* en *m*, pour former le quadrilatère *OlBm* égal à la seconde portion.

Le triangle *O B C* étant de 37,23, celui *O m C* sera de 10,61, dont la différence avec 41,16 est de 30,55; je divise donc cette dernière quantité par 3, et j'ai 10,18 pour la

valeur de Cn. L'opération est finie, et si on a bien opéré, le quadrilatère $EDnO$ formera la quatrième part. Dans cet exemple, la différence n'est que de deux centièmes de l'unité principale.

Partager le triangle ABC *en trois parties égales, par deux lignes parallèles au côté* AC?

193. Divisez AB en trois également, aux points e, d, et menez les lignes Ce, Cd, qui diviseront le triangle en trois parties égales. Décrivez le demi-cercle AgB; élevez les perpendiculaires eh, dg: enfin, du point B, décrivez les arcs hp, gr, et menez les parallèles pf, rv qui feront le partage demandé. Fig. 130.

On voit facilement par cette construction, que, lorsqu'il faudra diviser de cette manière un triangle en deux parties égales, le point où doit aboutir la parallèle, sur le côté AB, se trouvera en prenant une moyenne proportionnelle entre AB et sa moitié; que lorsqu'il faut le partager en trois également, la première portion se trouve déterminée par une moyenne proportionnelle prise entre AB et son tiers, et la seconde portion par une autre

moyenne proportionnelle, aussi prise entre la même ligne AB, et ses deux tiers, &c.

Si l'on ne veut point se donner la peine de tracer les parallèles, on déterminera de la même manière, les points où elles doivent aboutir sur la ligne BC.

S'il falloit opérer en nombre, on mesureroit les deux côtés AB, BC, que je suppose respectivement de 30 et 38 perches; on chercheroit une moyenne proportionnelle entre chacun de ces nombres et son tiers; ce qui donneroit 17,3 et 21,9 pour la valeur des lignes Br et Bv; on prendroit de même une moyenne proportionnelle entre chacun des mêmes nombres, 30 et 38, et ses deux tiers, ce qui donneroit 24, 5 et 31 : c'est-à-dire que Bp seroit de 24,5 et Bf de 31.

Diviser le quadrilatère ABDC *en deux parties égales, par une ligne menée parallèlement au côté* BD?

Fig. 131. (1re). 194. Continuez les côtés AB, CD, jusqu'à leur rencontre en e, et réduisez le quadrilatère proposé en un triangle égal BDf: divisez la base Bf en deux également, au point g; prenez ei, moyenne proportionnelle entre eg et Be; enfin, menez il pa-

rallèlement à BD et la division sera faite.

On peut déterminer le point l en tirant, du point g, une parallèle go à la ligne BD, et prenant el, moyenne proportionnelle entre eo et De.

Si la ligne qui fait la division devoit être parallèle au côté AC, on mèneroit go parallèlement à ce côté, et l'on chercheroit une moyenne proportionnelle el, entre eo et De; puis, on conduiroit la parallèle demandée lm. Fig. 131 (2e).

Le point m peut se déterminer en prenant em, quatrième proportionnelle aux lignes constantes fe, Ae, et à la moyenne proportionnelle prise entre eg et fe.

195. Pour résoudre cette question par le calcul, cherchez la surface du triangle ACe, au moyen du côté AC et des angles CAe, ACe, supplément des angles CAB, ACD, que vous aurez eu soin de mesurer, et faites la proportion suivante, que donnent les triangles semblables, BDe, eil: Fig. 131 (1re).

$$BDe : eil :: Be^2 : ei^2 :: De^2 : el^2;$$

d'où l'on tire

$$ei = \sqrt{\frac{Be^2 . eil}{BDe}}, \text{ et } el = \sqrt{\frac{De^2 . eil}{BDe}}.$$

Si, de la première équation on retranche Ae, et que de la seconde on retranche Ce, on aura $ei - Ae = Ai$, et $el - Ce = Cl$.

Fig. 131 (2°). On s'y prendroit de la même manière si la ligne qui doit faire le partage devoit être parallèle au côté AC, car on auroit

$$ACe : elm :: Ae^2 : em^2 :: Ce^2 : el^2.$$

Diviser le quadrilatère ABCD *en trois également, par des lignes parallèles à un de ses côtés, par exemple, au côté* AD.

Fig. 132. 196. Menez DB, sa parallèle Ce, et prenez Af, tiers de Ae.

Prolongez DC en R, et cherchez une moyenne proportionnelle entre AR et fR. Portez cette ligne de R en h, et menez hi parallèle au côté AD; enfin, divisez le reste $BCih$ en deux parties égales par une parallèle au côté hi, comme dans l'exemple précédent.

Pour avoir numériquement les distances Bm, Bh, Cn, Ci, on opérera comme au n°. précédent, en faisant attention seulement que chaque portion n'est que le tiers du quadrilatère.

Partager

Partager le triangle A B C *en deux parties égales, par une perpendiculaire* D E, *élevée sur* A C. Fig. 131 (1ère).

197. Prenez CD, moyenne proportionnelle entre AC et la moitié du segment Cc, et menez la perpendiculaire DE qui fera le partage demandé. En effet, cette construction donne

$Bc : DE :: cC : CD$; et $AC : CD :: CD : Cf$; multipliant ces deux proportions l'une par l'autre; effaçant le terme commun CD dans le dernier rapport, et divisant les deux termes du premier par 2, on a

$$\frac{Bc \times AC}{2} : \frac{DE \times CD}{2} :: cC : Cf;$$

mais cC est double de Cf; donc la surface du triangle CDE est moitié de celle du triangle ABC.

On voit aisément que le problême ne seroit pas plus difficile à résoudre si on demandoit que le triangle fût partagé en plusieurs parties égales. Si, par exemple, on vouloit le diviser en trois également, on couperoit le segment cC en trois parties égales, et par les points de division on meneroit les ordonnées Fig. 133 (2e).

De, fg; on porteroit les cordes Cg, Ce, de C en D, et de C en D'; enfin, aux points D et D' on élèveroit les perpendiculaires DE, $D'E'$, qui feroient le partage demandé.

Cette solution suppose que le point E' tombe sur le côté BC, ce qui n'est pas toujours, sur-tout quand la surface donnée doit être partagée en assez grand nombre de parties; dans ce dernier cas, le point E'' tombe sur le côté AB, et l'on ne peut pas déterminer le point D'' par la pratique précédente; mais on peut y parvenir en cette manière: Les triangles semblables $AD''E''$, ABc donnent

$$D''E'' = \frac{AD'' \times Bc}{Ac}.$$

En désignant par n le nombre de parties égales que la figure doit contenir, on a aussi

$$AD'' \times D''E'' = \frac{AC \times Bc}{n};$$

mettant pour $D''E''$ sa valeur $\frac{AD'' \times Bc}{Ac}$, on forme l'équation $AD''^2 = \frac{AC \times Ac}{n}$; donc,

$$AD'' = \sqrt{\cdot \frac{1}{n} AC \times Ac}.$$

Si la surface $D''cBE''$ surpasse encore la valeur d'une part, on cherchera sur AC un nouveau point, qu'on trouvera par la dernière formule, en mettant $\frac{2}{n}$ au lieu de $\frac{1}{n}$.

198. *Remarque.* Toutes les opérations enseignées par la première méthode de la division des champs, ne peuvent guère se pratiquer sur le terrein, à cause de la multiplicité des lignes qu'on est obligé de tracer dans la figure à diviser; c'est pourquoi ces opérations se font graphiquement en rapportant, sur le papier, la figure exacte du terrein à partager.

Lorsque le plan de la figure à diviser est bien exactement fait, on opère les divisions sur ce plan, d'après les règles de cette méthode.

Avant de faire l'application de cette théorie sur le terrein, il faut d'abord prendre avec un compas, la distance d'un point déterminé à un point de division, et porter cette ouverture de compas sur l'échelle qui a servi à faire le plan de cette figure, afin de connoître la distance qu'il y a entre ces deux points: enfin, on écrit cette quantité à l'endroit où elle doit l'être. On fait la même

opération pour connoître toutes les distances des points de division qui se trouvent sur les côtés de la figure, et on mesure pareilles longueurs sur les côtés réels et homologues du terrein à diviser, pour avoir les extrémités des lignes de séparation.

Fig. 119. Par exemple, dans la figure 119, je prends avec le compas, d'abord la longueur Df, ou Af; je porte l'une de ces ouvertures de compas Af, par exemple, sur l'échelle qui a servi à faire le plan de cette figure, et j'écris le nombre que je viens de trouver dans l'espace Af. Je cherche de même la longueur du côté Ah ou Bh, que j'écris aussi. Cela étant fait, je vais sur le terrein, prendre sur AD, précisément la même longueur que celle que je vois écrite sur le plan de A en f. Si, sur ce même plan, j'ai mesuré la distance Ah, je prends, sur la ligne AB, la longueur que je vois écrite sur son côté correspondant; enfin, par les extrémités f et h, je fais mener les lignes Ch, Cf qui font le partage demandé.

Réflexions sur le partage des possessions champêtres.

199. Les différentes natures de biens champêtres ne produisant pas toujours également dans leur étendue, l'arpenteur doit user, avec intelligence et équité, des lumières qu'il peut acquérir sur le terrein même, et faire en sorte que chacun des copartageans ait une égale portion du bon, du médiocre et du mauvais terrein.

Si le champ est borné par une rivière, par un chemin, par un bois, &c. chaque part, comme on l'a déjà dit, doit aboutir vers cette borne, et participer au bien ou au mal qu'elle produit; on doit du moins y avoir égard.

S'il est de niveau vers l'un de ses bouts et en pente vers l'autre, il convient encore de le couper de manière que les divisions participent à l'inégalité du terrein et aux avantages ou aux inconvéniens qu'elle présente.

S'il s'agit d'un champ de nature variable, comme ceux sujets aux inondations, les parts inégales en qualité, devront différer en quantité pour mettre les lots en balance. Si

le terrein, par exemple, est de nature à produire 20 p. $\frac{0}{0}$ vers l'un de ses bouts, tandis que vers l'autre il ne donne que 10 p. $\frac{0}{0}$, il est de toute justice que la portion qui contient le moindre terrein soit au moins double de celle qui contient le meilleur.

L'honneur, la conscience, tout fait pour l'arpenteur une loi de peser avec soin toutes ces considérations, et de les prendre pour règle unique dans le partage des possessions champêtres.

FIN DU TOME PREMIER.

6094[illegible]7

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CE VOLUME.

PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

OBSERVATION sur l'égalité des poids et mesures, *page* 1

Le principe de toutes les mesures est le *mètre*; on l'a déterminé de 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de lignes, 2

Comparaison de quelques mesures anciennes aux nouvelles, 4

Moyen de déterminer le rapport d'une ancienne mesure quelconque au mètre, 6

CHAPITRE II.

PROBLÊME PREMIER. Par un point donné sur une droite, élever une perpendiculaire à cette droite au moyen de l'équerre, et sans son secours, 9

Mener à une ligne une parallèle avec l'équerre, 10

Elever une perpendiculaire à l'extrémité d'une droite sans la prolonger, *ibid.*

PROBLÊME II. Par un point donné hors d'une ligne droite, abaisser une perpendiculaire à cette ligne avec l'équerre, et sans son secours, *page* 11
Par un point donné, mener une parallèle à une ligne avec l'équerre, *ibid.*
Remarque sur la nécessité d'avoir plusieurs compas, 12
PROBLÊME III. Diviser une droite en parties égales, ou qui fussent entr'elles dans des rapports donnés, 13
Autre solution de la même question, 14
PROBLÊME IV. Trouver une quatrième proportionnelle à trois lignes droites données, 15
PROBLÊME V. Trouver une moyenne proportionnelle entre deux lignes droites données, 16
PROBLÊME VI. Transformer un triangle en un quarré de même surface, *ibid.*
PROBLÊME VII. Faire passer une circonférence par trois points donnés, pourvu que ces points ne soient point sur une même ligne droite, 17
PROBLÊME VIII. Sur une droite donnée, faire un angle égal à un autre angle donné, *ibid.*
Moyen simple de mener par un point donné une parallèle à une ligne aussi donnée, 18
PROBLÊME IX. Sur une ligne donnée décrire un cercle tel que tous les angles, ayant leur sommet à la circonférence, et s'appuyant sur cette droite, soient égaux à un angle donné; ou décrire un *segment* de cercle *capable* d'un angle donné, *ibid.*
PROBLÊME X. Mesurer la grandeur d'un angle sur le papier, au moyen du rapporteur, 19
PROBLÊME XI. Décrire un triangle qui ait les côtés égaux

à trois lignes droites données chacun à chacune, *page* 20

Problême xii. Diviser un angle quelconque en deux parties égales, *ibid.*

Problême xiii. Sur une ligne droite donnée, construire une figure semblable à une autre figure donnée, 21

Problême xiv. Transformer un polygone quelconque en un autre qui ait un côté de moins, et qui lui soit égal, *ibid.*

Problême xv. Transformer un triangle quelconque en un autre qui ait son sommet en un point donné, et qui lui soit égal, 22

Formation de l'échelle des parties égales, 23

De la mesure des surfaces.

Pour mesurer les surfaces, on emploie ordinairement les quarrés, les parallélogrammes, les trapèzes et les triangles-rectangles, 25

Une figure de quatre côtés se nomme, en général, *quadrilatère;* un quadrilatère dont deux côtés seulement sont parallèles, se nomme *trapèze*, et les côtés parallèles s'appellent *bases* du trapèze. Le quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles, se nomme parallélogramme, *ibid.*

La *hauteur* d'un parallélogramme ou d'un triangle n'est autre chose qu'une perpendiculaire abaissée du sommet d'un des angles sur le côté opposé, prolongé s'il est nécessaire, et le côté sur lequel tombe la perpendiculaire se nomme *base* du parallélogramme ou du triangle, 26

Digitized by Google

La surface d'un rectangle quelconque est égale au produit de sa base par sa hauteur, *page* 27
La surface d'un parallélogramme quelconque, se mesure par le produit de sa base par sa hauteur, 28
La surface d'un triangle quelconque est égale à la moitié du produit de sa base par sa hauteur, 29
La surface d'un trapèze est égale au produit de la moitié de la somme de ses deux côtés parallèles ou de ses deux bases, par la hauteur prise entre ces côtés, ou, ce qui revient au même, par la distance de ces bases, *ibid.*
Pour avoir la surface d'un polygone rectiligne quelconque, on peut prendre la somme de celles des triangles qui le composent. On peut aussi partager la figure en plusieurs parties, dont les deux extrêmes tout au plus sont des triangles, et les autres sont des trapèzes. Cette dernière méthode est généralement suivie dans la pratique, 30
La surface d'un polygone régulier est égale à la moitié de son périmètre par la perpendiculaire tirée du centre sur un de ses côtés, 31
La surface d'un cercle a pour mesure la moitié du produit de la circonférence par le rayon, 32
La surface d'une ellipse est égale à celle d'un cercle dont le diamètre est moyen proportionnel entre le grand et le petit axe de cette ellipse, *ibid.*
Moyen de décrire la circonférence d'une ellipse dont les axes sont donnés, 33

Résolution des triangles rectilignes.

Pour résoudre les triangles on fait usage des tables des *sinus*, *tangentes*, &c., ainsi que de celles des *logarithmes*, *ibid.*

Des triangles rectangles.

PROBLÊME PREMIER. Connoissant l'hypoténuse, et l'un des angles aigus, trouver le côté opposé à cet angle, *page* 35

PROBLÊME II. Connoissant l'hypoténuse avec l'un des deux autres côtés, trouver les angles et le troisième côté, 36

Remarque sur les complémens arithmétiques, *ibid.*

PROBLÊME III. Connoissant un angle et le côté adjacent ou opposé, trouver les deux autres côtés, 38

PROBLÊME IV. Connoissant les deux côtés de l'angle droit, trouver les angles et l'hypoténuse, 39

Des triangles obliquangles.

Cas où l'on peut résoudre les triangles obliquangles, 40

PROBLÊME PREMIER. Connoissant deux angles et un côté, trouver les deux autres côtés opposés à ces angles, 41

PROBLÊME II. Connoissant un angle et deux côtés dont l'angle soit opposé à l'angle donné, trouver toutes les autres parties du triangle, 42

Cette question est susceptible de deux solutions quand l'espèce de l'angle inconnu n'est pas déterminée, 43

Moyen de connoître si cet angle doit être aigu ou obtus, *ibid.*

PROBLÊME III. Connoissant deux côtés et l'angle compris entre ces côtés, trouver les autres angles et le troisième côté, 44

PROBLÊME IV. Connoissant les trois côtés d'un triangle, trouver les angles, *page* 48

CHAPITRE III.

Instrumens nécessaires aux arpenteurs, 52
Des jalons; leur longueur et leur grosseur, *ibid.*
Des fiches, 53
De la chaîne; sa longueur et sa division; *ibid.*
Note sur la réforme des chaînes à tourne-broches, 54
Vérification de la chaîne, 55
De l'équerre et de son bâton, 56
Manière de vérifier si une équerre est juste, 57
Du graphomètre à pinules et à lunettes; sa division et la longueur de son diamètre, 58
Invention de *Nonius* ou *Nunez*, pour estimer les minutes, 60
Manière de compter en observant les angles, 62
Pied du graphomètre; sa composition et sa longueur, 64
Moyens de vérifier le graphomètre, 65
Note sur le graphomètre, 66
Description de la planchette et de son alidade, 67
Description de la boussole, 68
Moyens d'éprouver la boussole, 69
Du niveau d'eau, 70
De l'étui de mathématiques; de quoi il se compose, 71
Du compas de proportion, 73
De l'odomètre ou pédomètre, *ibid.*

DEUXIÈME PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Des jalons. L'exactitude des opérations dépend souvent du jalonnage, *page* 75
Mener une ligne droite qui passe par deux points, et la prolonger plus loin, *ibid.*
Mener une ligne droite entre deux objets éloignés, 76
Mener une ligne droite en montant, et la prolonger au-delà du sommet du coteau, 78
Mener une ligne droite entre deux coteaux, 79

De la chaîne et de la façon de bien mesurer.

Mesurer une ligne droite, *ibid.*
Problème premier. Mesurer une ligne inaccessible sans le secours d'autres instrumens que la chaîne et les jalons, 83
Problème ii. Mesurer une hauteur accessible par le pied et perpendiculaire à l'horizon, 85
Problème iii. Trouver la surface d'un triangle quelconque par la connoissance de ses côtés, 87
Formule remarquable pour évaluer la surface d'un triangle dont on connoît les trois côtés, 91
Problème iv. Trouver la superficie d'une figure rectiligne, sans se servir d'autres instrumens que d'une chaîne, 92

CHAPITRE II.

Usage de l'équerre.

PROBLÊME PREMIER. Elever d'un point donné sur une droite, une perpendiculaire à cette droite, *page* 94
Ce qu'il faut faire quand on ne peut pas placer son équerre au point où doit être élevée la perpendiculaire, 95
Sur une ligne donnée élever une perpendiculaire qui passe par un point donné, *ibid.*
PROBLÊME II. D'un point donné dans la plaine, mener une parallèle à une ligne donnée, 96
PROBLÊME III. Mener une ligne droite dans des fonds et sur des coteaux, 97
PROBLÊME IV. Trouver la longueur d'une ligne inaccessible, ou dont une partie seulement est inaccessible, 98
PROBLÊME V. Mesurer la surface d'un triangle rectiligne, 99
Note sur l'attention qu'il faut apporter en mesurant les hauteurs ou les largeurs des figures, 100
Méthode usitée dans la pratique pour mesurer les triangles, *ibid.*
Moyens de surmonter quelques difficultés qui peuvent se présenter en mesurant des triangles, 101
PROBLÊME VI. Mesurer la surface d'un trapèze, 102
PROBLÊME VII. Trouver la surface d'un quadrilatère dont les quatre côtés sont inégaux et hors du parallélisme, *ibid.*

Remarque sur le procédé à suivre en opérant, *pag.* 104
Problême viii. Evaluer la surface d'une figure irrégulière, 106
Quand deux sinuosités se trouvent près l'une de l'autre et éloignées de la base, on peut abréger l'opération, 108
Il n'est pas de nécessité absolue de tirer la base d'un angle à un autre et dans la partie la plus longue, 109
Problême ix. Trouver la surface d'une autre figure remplie de sinuosités, 110
Note sur la rectification des sinuosités, *ibid.*

De la mesure des figures accessibles en dehors seulement.

Evaluer la surface d'une pièce d'eau, d'un bois, &c. accessibles en dehors seulement, 113
On circonscrit autant qu'on le peut des rectangles aux figures inaccessibles en dedans, parce que les calculs sont plus simples, que la vérification se fait plus aisément, et que d'ailleurs, on peut se dispenser de faire paroître des emprunts, 117
La surface d'une figure irrégulière peut aussi se trouver en lui circonscrivant un triangle rectangle, 119
On peut circonscrire aux figures des polygones irréguliers en se retournant toujours à angles droits, *ibid.*
Les opérations de grandes étendues, pour lesquelles l'équerre est souvent insuffisante, sont du ressort du graphomètre, 120
Problême x. Mesurer un canton et connoître la sur-

face de chaque pièce appartenante à divers particuliers, *page* 121
Note pour les terreins qui présentent trop de difficultés, 126

Des terreins inclinés à l'horizon.

L'arpentage d'un champ en pente doit toujours se réduire au plan horizontal de sa base, 128
Moyen qu'on emploie pour mesurer, quand la pente n'est pas trop considérable, *ibid.*
Réponse aux personnes qui pourroient demander pourquoi l'on ne mesure pas le terrein tel qu'il se trouve, *ibid.*
Mesurer un terrein situé sur une pente assez considérable, 131
Remarque sur la différence qui existe presque toujours entre les résultats des opérations de deux arpenteurs qui mesurent le même terrein, 132

Des lignes courbes.

Rapport du diamètre à la circonférence, 134
Trouver le diamètre d'une circonférence connue, 135
PROBLÈME XI. Trouver la superficie d'un cercle dont le diamètre est connu, 136
PROBLÈME XII. Trouver, à très-peu-près, la surface d'une ellipse dont on connoît les axes, 137
Le cercle se divise en deux parties; l'une se nomme *secteur*, et l'autre *segment*.

CHAPITRE III.

CHAPITRE III.

Usage du Graphomètre.

PROBLÊME PREMIER. Mesurer la grandeur d'un angle sur le terrein, *page* 139
Note sur la mesure des angles, *ibid.*
Remarque sur la mesure des angles au-dessus de 190°, 142
PROBLÊME II. Sur une ligne droite donnée sur le terrein, faire un angle d'une grandeur déterminée, et qui ait son sommet sur un point donné sur cette même ligne, 143
PROBLÊME III. D'un point donné sur nne ligne droite, située sur le terrein, élever une perpendiculaire à cette ligne, 144
PROBLÊME IV. Par un point donné hors d'une ligne droite, située sur le terrein, mener une parallèle à cette ligne, 146
PROBLÊME V. Mesurer la distance qu'il y a entre deux objets auxquels il est impossible d'aller directement de l'un à l'autre, 147
PROBLÊME VI. Par un point donné sur le terrein, mener une parallèle à une ligne inaccessible, 149
D'un point pris hors d'une ligne inaccessible, abaisser une perpendiculaire à cette ligne, *ibid.*
Remarque sur la mesure de la hauteur des objets accessibles ou inaccessibles, 150
PROBLÊME VII. Mesurer la hauteur d'un objet accessible, et dont le pied est placé de niveau avec l'endroit auquel on est placé, 151
Note sur la manière de mettre le diamètre du graphomètre perpendiculaire à l'horizon, *ibid.*

Moyen qu'il faut employer lorsque le terrein n'est pas de niveau avec le pied de l'objet, *page* 152

Problême viii. Mesurer la hauteur d'un objet inaccessible, dont le pied est de niveau avec l'endroit auquel on est placé, 153

Opération qu'il faut faire quand le pied de la hauteur à mesurer n'est pas de niveau avec le point auquel on est placé, 154

De la mesure des terreins qui ne sont pas d'une trop grande étendue.

Avant de mesurer un terrein, il faut commencer par en tracer le canevas, 155

Problême ix et x. Trouver la superficie d'une figure terminée par des lignes droites, 156 et 158

La somme de tous les angles d'une figure rectiligne quelconque, vaut autant de fois 200 degrés qu'elle a de côtés moins deux. On a aussi la somme des angles extérieurs ajoutée à celle des angles rentrans, vaut 400 degrés, plus autant de fois 200 degrés qu'il y a d'angles rentrans, 161

Problême xi. Connoître la superficie d'une figure dont le contour est rempli de sinuosités, 163

Problême xii. Mesurer la superficie de chaque propriété d'un canton, 164

Problême xiii. Trouver la superficie d'une figure terminée d'un côté par les sinuosités d'une rivière, et dont on ne peut mesurer qu'une ligne, des extrémités de laquelle on peut voir les principaux coudes de cette figure, 166

Problême xiv. Mesurer la superficie d'une figure dans

laquelle on ne peut ni entrer, ni diriger des rayons visuels à tous ses angles, ni enfin s'écarter des limite de cette figure, *page* 169
Note. On n'est point tenu de mesurer tous les angles, *ib.*
Problème xv. Trouver la surface d'un secteur, 170
Problème xvi. Trouver la superficie d'un segment, 171
Remarque. Il faudra réduire la quantité portée aux titres en la nouvelle mesure, 172
En ne faisant point attention à l'inclinaison des terreins, on trouve une surface plus grande que celle de la base productive de ce terrein, 173
Cas où les réductions à l'horizon sont indispensables, *ib.*
Problème xvii. Mesurer un terrein dont les angles étant dans des plans différens, ne peuvent être observés horizontalement, 174
On parvient à réduire les angles à l'horizon sans être obligé de réduire les côtés à leurs distances horizontales, 179
Problème xviii. Connoissant les angles observés aux extrémités d'une base, ainsi que ceux que font les rayons visuels dirigés vers un point élevé au-dessus de l'horizon, réduire les trois angles au plan de l'horizon, *ibid.*
Problème xix. Connoissant dans un triangle les angles que forment avec l'horizon les rayons visuels menés du point de station à deux objets observés, ainsi que l'angle compris entre ces objets, réduire ce même angle au plan de l'observateur, 180
Autre règle pour résoudre la même question, *ibid.*
Règle pour résoudre le cas où les deux objets sont, l'un au-dessus et l'autre au-dessous de l'horizon, 182

Formule pour résoudre le cas où les deux angles d'élévation sont égaux, *page* 182
Autre formule pour le cas où l'un des objets est élevé de la même quantité dont l'autre est abaissé, *ibid.*
Application de ces formules à deux exemples, 183

Réduction des angles au centre.

Ces réductions, quand elles en va'ent la peine, doivent se faire après celles des angles à l'horizon, 186
Définition des termes usités dans la réduction de ces angles, *ibid.*
Différentes positions où peut se trouver celui qui observe les angles à réduire au centre, 187
Observation sur les données qu'il faut avoir pour faire la réduction des angles au centre, 188

De la levée des Plans géométriques.

Préparations nécessaires à la levée des Plans, 190
Lever géométriquement le plan d'un canton, et calculer la surface de chaque propriété, *ibid.*
Remarques sur les différens moyens qu'on doit employer en levant des plans, 194
Orienter un Plan, 197
Note sur la déclinaison de l'aiguille aimantée, 198
Des Plans visuels, 199
De l'utilité des plans géométriques, 201
Vérification des plans géométriques et visuels, 203
Problème xx. Percer une ou plusieurs routes dans un bois, 205
Autre opération de la même question, en mesurant tous les côtés et les angles de la figure, 206
Autre opération en inscrivant la figure dans un parallélogramme, 207

TROISIÈME PARTIE,

CHAPITRE PREMIER.

PROBLÊME PREMIER. Rapporter sur le papier le plan d'une figure levée sur le terrein avec une équerre, *page* 210

Ce qui empêche souvent de clore une figure avec précision, 212

PROBLÊME II. Tracer sur le papier le plan d'une figure levée sur le terrein avec le graphomètre, 213

Moyen de s'assurer de l'exactitude de son opération, 215

Sur un plan exactement rapporté, mesurer dessus une certaine étendue avec l'échelle et le compas, *ibid.*

Note sur les figures composées de beaucoup de triangles, 216

PROBLÊME III. Placer les quatre points principaux sur un plan, 219

Méthode pour rectifier l'erreur qu'on peut faire en se servant d'une échelle ou d'une chaîne pour une autre, 220

Différens moyens de trouver une distance qu'on peut oublier d'écrire sur le canevas, 223

Recouvrer l'échelle qu'on auroit oublié de mettre sur un plan, ou qui se trouveroit endommagée, 226

Usage du compas de proportion, 229

Manière de copier les plans, 233

Manière de mettre un plan de petit en grand, *et vice versâ*, 235

Le rapport des plans visuels n'est assujetti à aucune règle fixe, 240

CHAPITRE II.

De la Géodésie, ou *l'Art de diviser les terreins.*

PROBLÊME PREMIER. Partager un triangle en parties égales ou inégales par des lignes menées de l'un de ses angles, *pag.* 242

PROBLÊME II. Diviser une figure régulière en un nombre quelconque de parties égales, 243 et 244

PROBLÊME III. Partager une figure irrégulière en un certain nombre de parties égales ou inégales, 245 à 250

Autre solution en réduisant la figure en un triangle de même surface, 251 à 253

Remarque sur les conditions que peuvent imposer ceux qui font procéder au partage, 254 à 268

Partager un triangle ou un quadrilatère en parties égales par des lignes parallèles à l'un de ses côtés, 269

Partager un triangle en parties égales par des lignes perpendiculaires élevées sur la base, 273

Remarque sur la manière de faire, sur le terrein, l'application des opérations graphiques, faites pour la division des terreins, 275

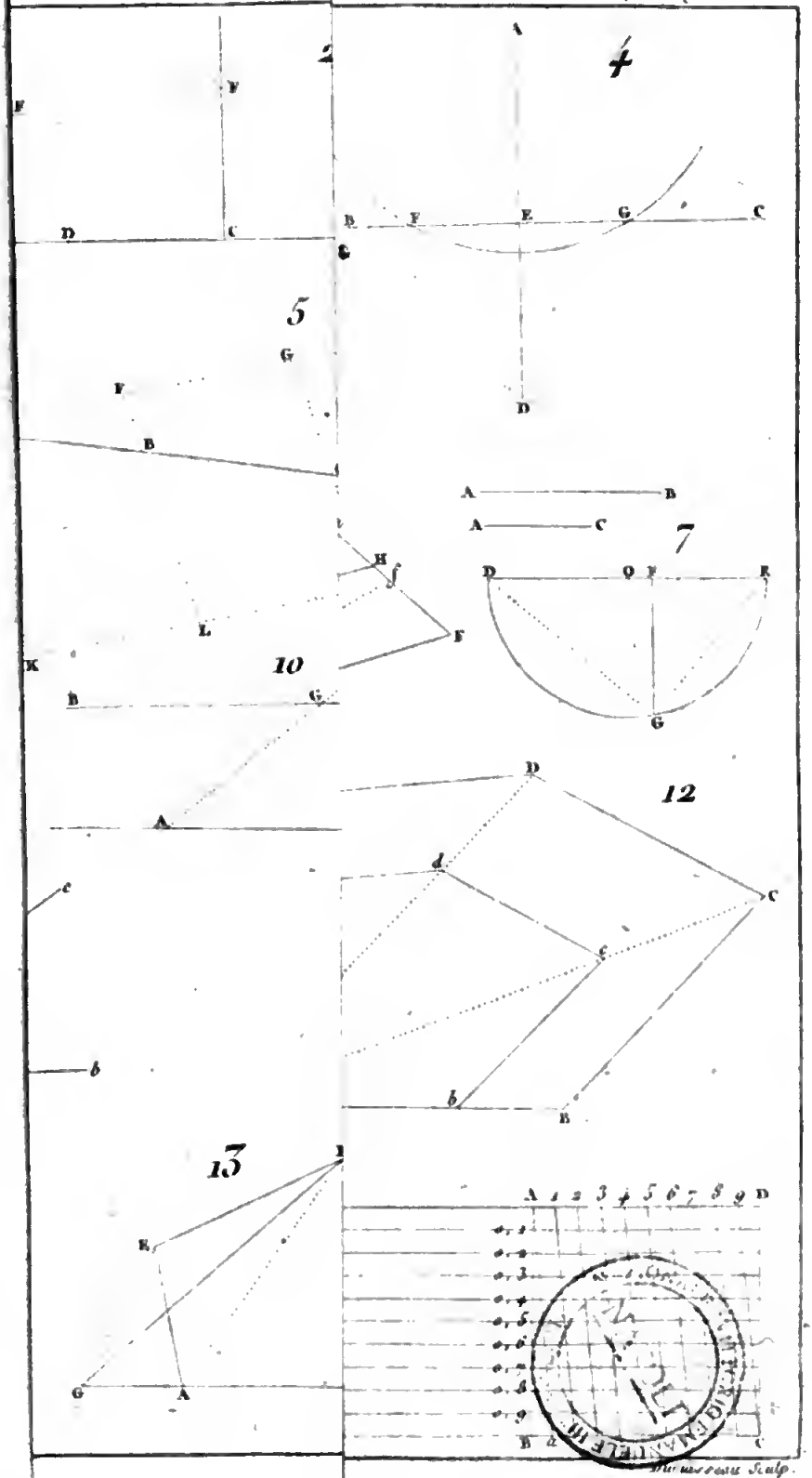
Réflexions sur le partage des possessions champêtres 277

Fin de la Table du Tome premier.

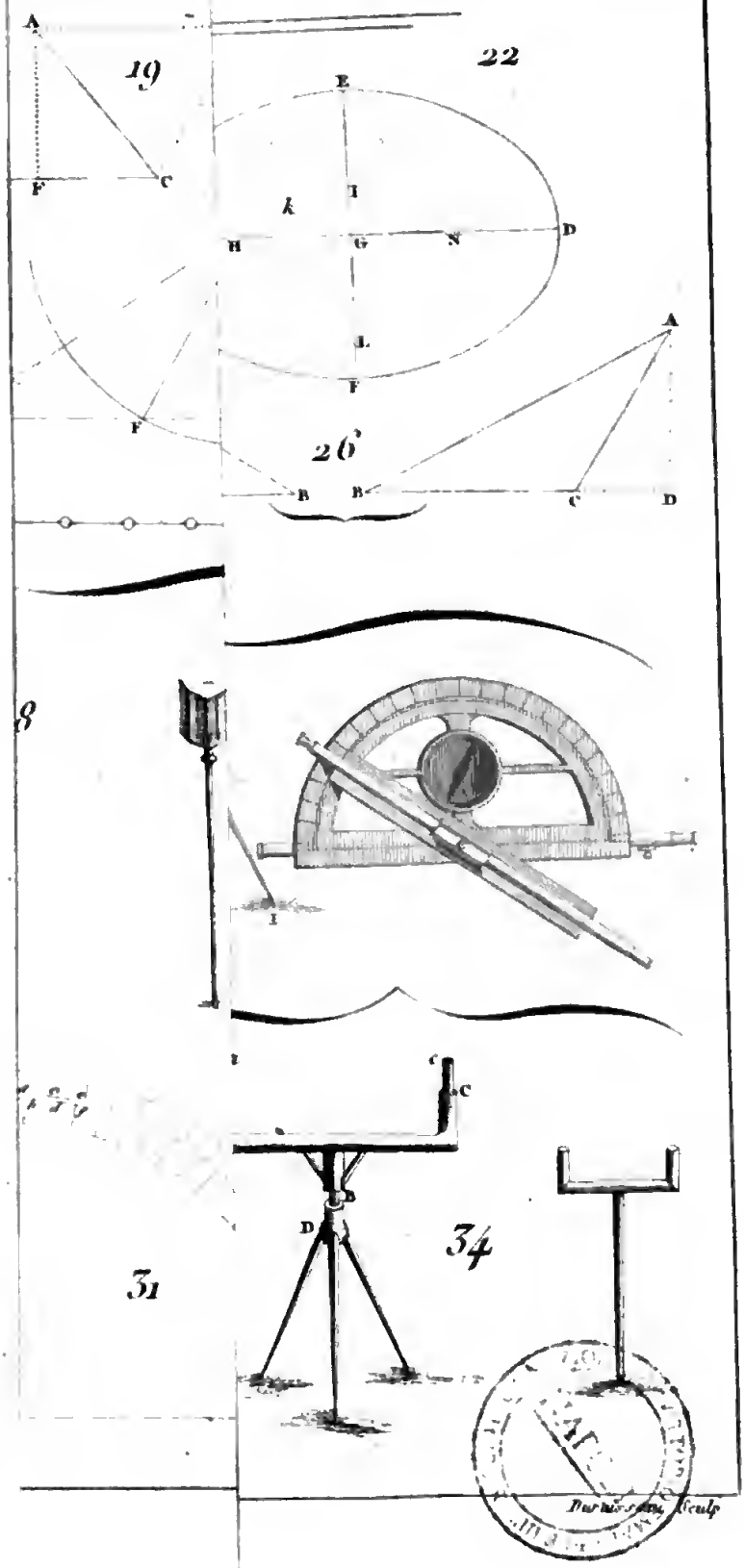
Errata du tome premier.

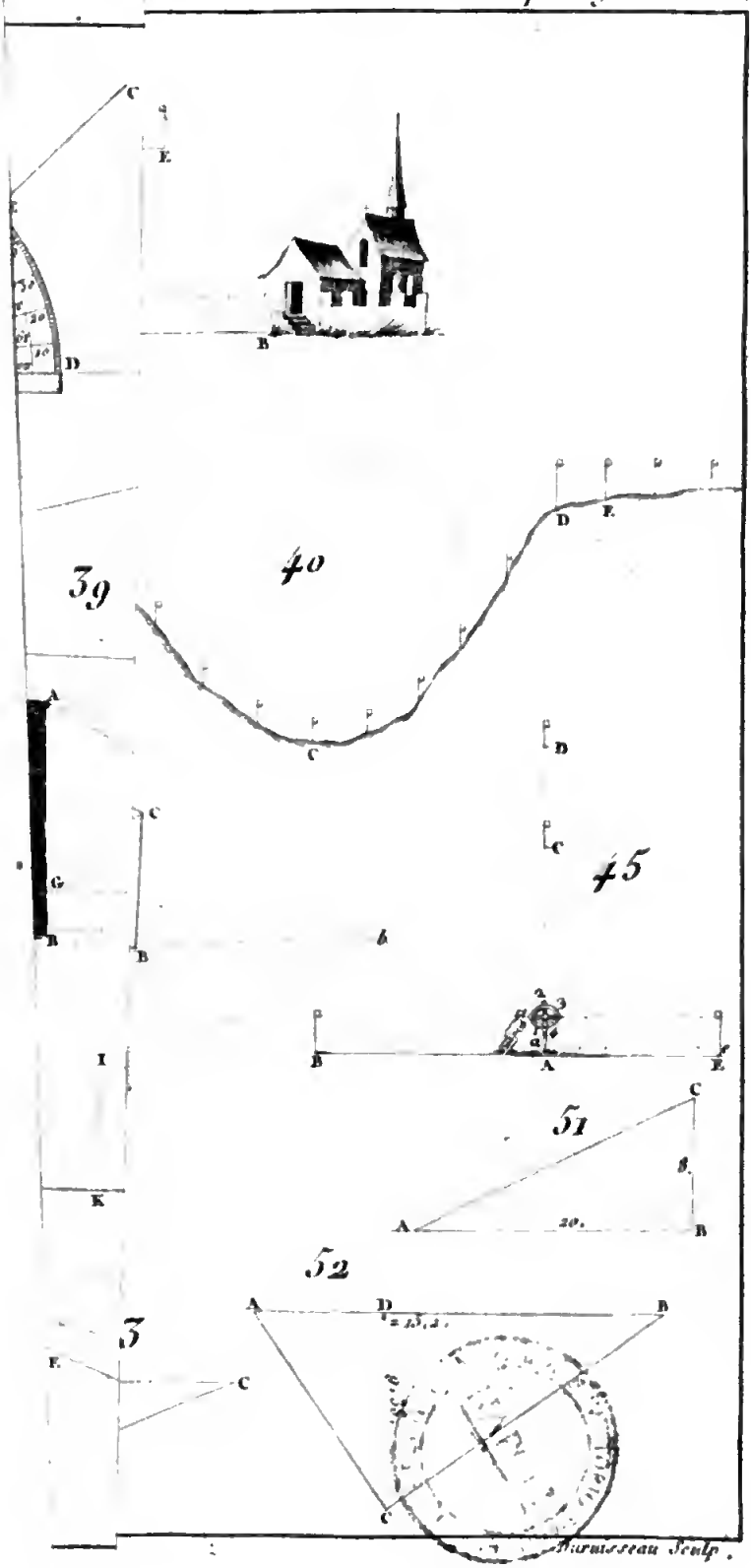
Pag. 4, *lig.* le pied vaut 0,027062, *lisez* 0,02707.
— *ibid.* La perche quarrée de 17 pieds 5 pouces vaut 0,320995, *lisez* 0,3:008⁵.
— 8, — 5, 30 pieds 1 pouce environ, *lisez* 30 pieds 9 pouc. 5 lignes environ.
— 14, — 5 et 24, de divisions, *lisez* de division.
— *ib.* — 13, jonctions, *lisez* jonction.
— 15, — dernière, *G*, lisez *C*.
— 18, — 10, *AF*, lisez *AE*.
— 21, — 11, *sur*, lisez *par*.
— *ib.* — 13, après *CD*, *lisez* par le point *d*, menez *ed* parallèlement à *ED*.
— 22, — 13, en marge, *lisez* Fig. 14.
— *ib.* — 17, *ED*, lisez *BD*,
— 23, — 22, de divisions, *lisez* de division.
— 24, — 7, 30 ou 40, *lisez* 40 ou 50.
— 25, — 6, 22 pieds, *lisez* 24 pieds.
— 27, — 18, *ABFD*, lisez *AEFD*.
— 30, — 14, de chacun de ces angles, *lisez* à tous ses angles.
— 31, — 11, les premières, *lisez* les premiers.
— 40, — 5, : *B*, lisez : *BC*.
— 41, — dernière, 2180,032, *lisez* 2180,32.
— 42, — 16, sin. 2486, *supprimez* sin.
— *ib.* — 19, *B* et *C*, lisez *A* et *B*.
— *ib.* — 23, 3637m,75, *lisez* 3637m,79.
— 51, — 1, 2365, *lisez* 2635.
— 57, — 24, *E*, lisez *D*.
— 58, — 1, *D*, lisez *E*.
— 71, — 13, 67, *lisez* 57.
— 95, — 23, s'il falloit élever une perpendiculaire sur la ligne *AB* qui passe par le point *H*; *lisez* s'il falloit élever sur *AB* une perpendiculaire qui passât par le point *H*.
— *ib.* — 24, en marge, *lisez* Fig. 46.
— 114, — 9, *bc*, lisez *cd*.
— *ib.* — dernière, et l'on examinera, *lisez*, en examinant.
— 117, — 12, su, *lisez* sur.
— 119, — 2, en marge, *lisez* Fig. 63.
— 122, — 5, l'angle *c*, *lisez* l'angle *C*.
— 125, — 17, *o'r RO*, lisez *o'r' RO*.
— 126, — 4, *Dr*, lisez *Dz*.
— 127, — 10, (139), *lisez* (136).
— 165, — 7, n° 152, *lisez* n°. 129.
— *ib.* — 13, 7,22; 12,63; 25,509; *lisez* 7,216; 12,624; 25,108.
— 169, — 5, ces, *lisez* ses.

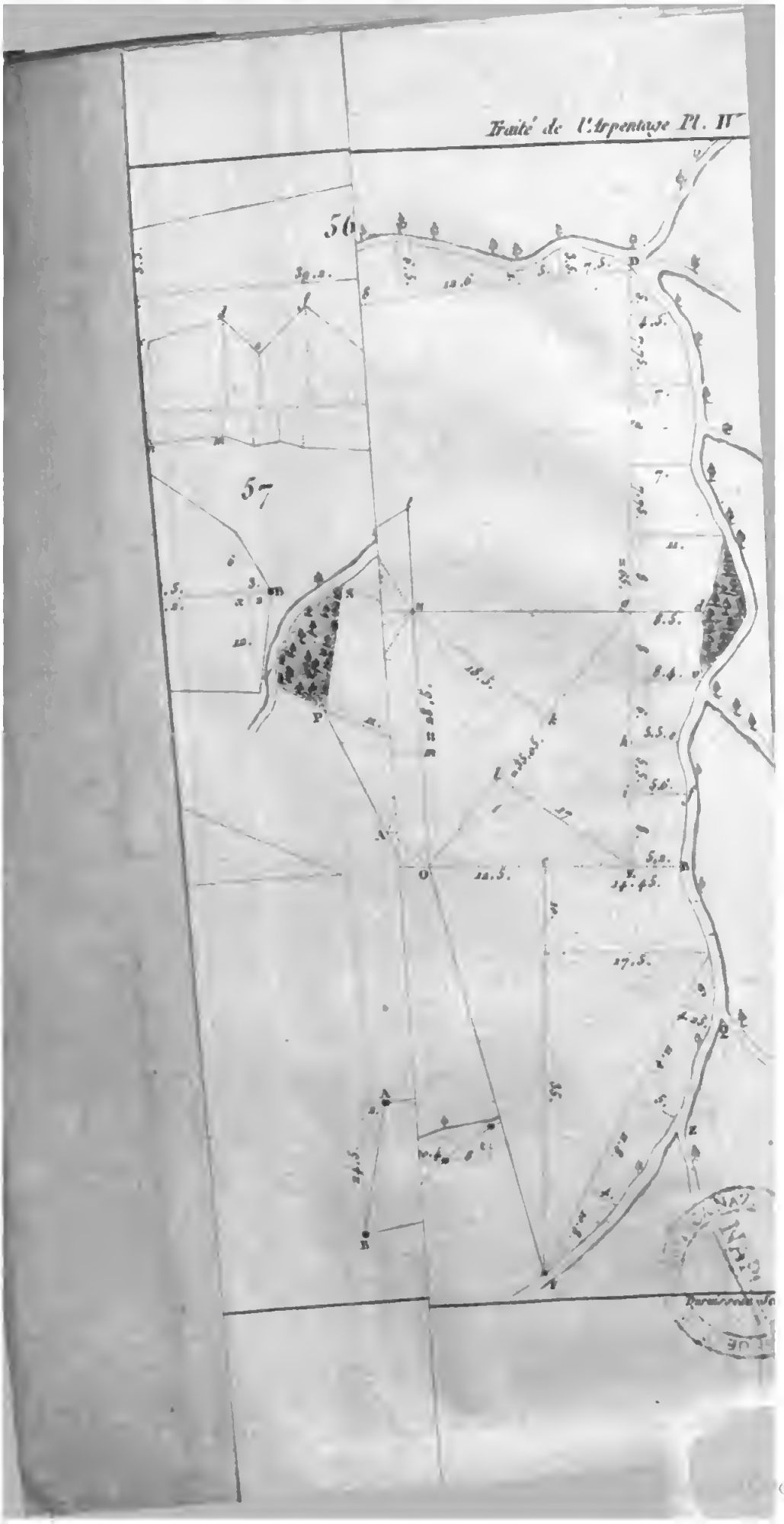
p. 184, — 13, de, *lisez* des.
— 185, — 7, n°. 132, *lisez* n°. 129.
— 189, — 24, n°., *lisez* n°¹.
— 193, — 5, *v*, lisez *V*.
— 197, — 3, supprimez les deux points qui sont à la fin.
— 202, — 18, 46, *lisez* 46,8.
— 204, *lig.* dernière, s'il, *lisez* ou s'il.
— 205, Problème dix-neuf, *lisez* Problème vingt.
— 206, — 24, l'angle, *lisez* les angles.
— 207, — 10, *c f* et *f B*, *lisez* la portion *h c f B*.
— 217, — 12, *g n*, lisez *q n*.
— *ibid.* — 19, *g d B y F o E*, lisez *g d B y F O E*.
— 219, — 5, *lisez* prolongez *ZA'* en *A''*, (en supposant qu'on se soit servi de cette ligne pour observer la direction de l'aiguille); faites, etc.
— 235, — 6, du cercle, *lisez* de cercle.
— 238, — 22 et 24, de divisions, *lisez* de division.
— 246, en marge, *supprimez* Fig. 115 (3ᵉ).
— 248, — 6, (260), *lisez* (257).
— 252, la figure 120 peut être retranchée, parce qu'elle fait double emploi avec celle 119.
— 257, — 3, *lisez*: les triangles *A e h*, *e Ch* sont égaux.
— 261, — 17, *A E v*, lisez *A F v*.

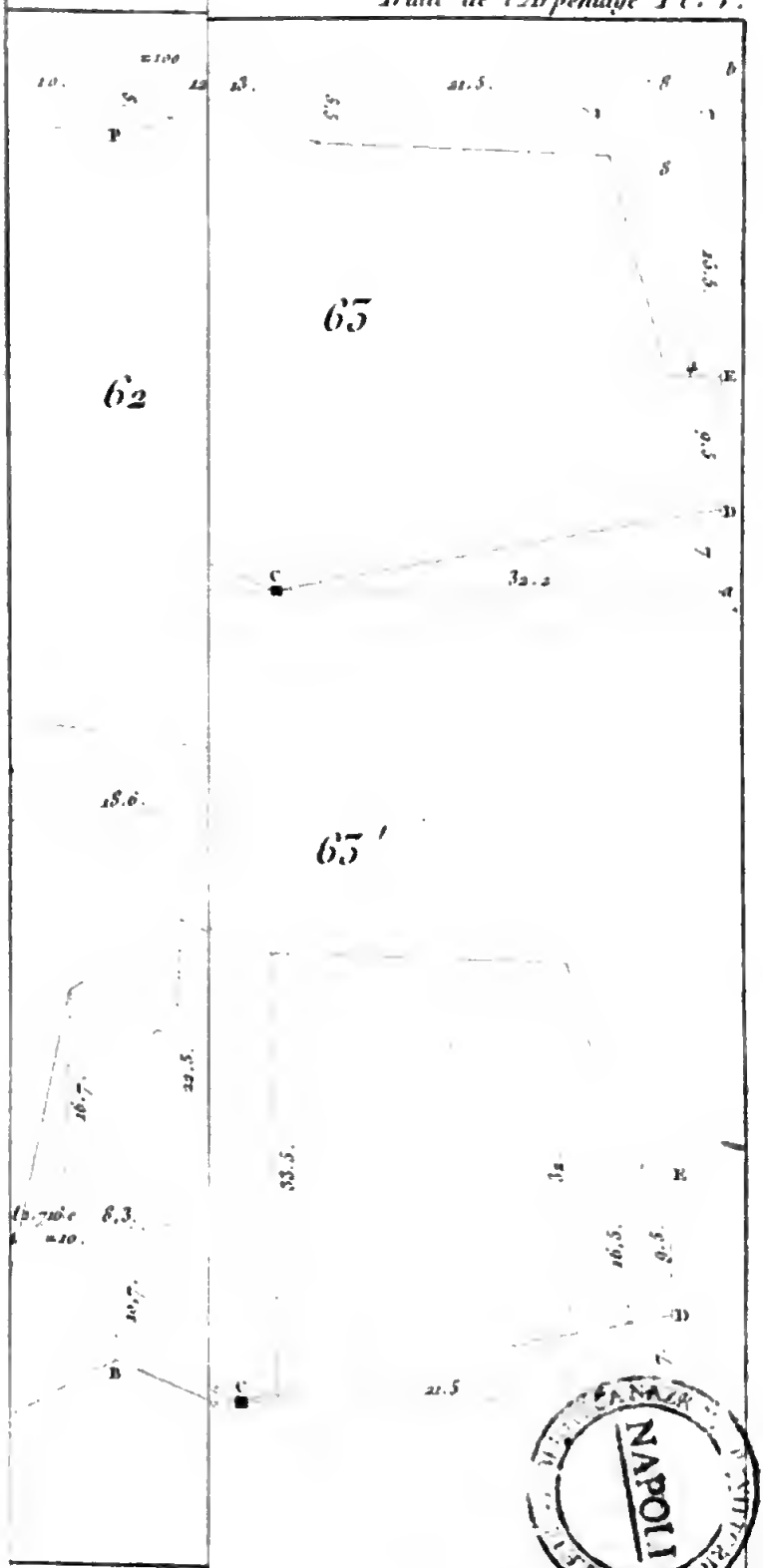


Mirassou Sculp.

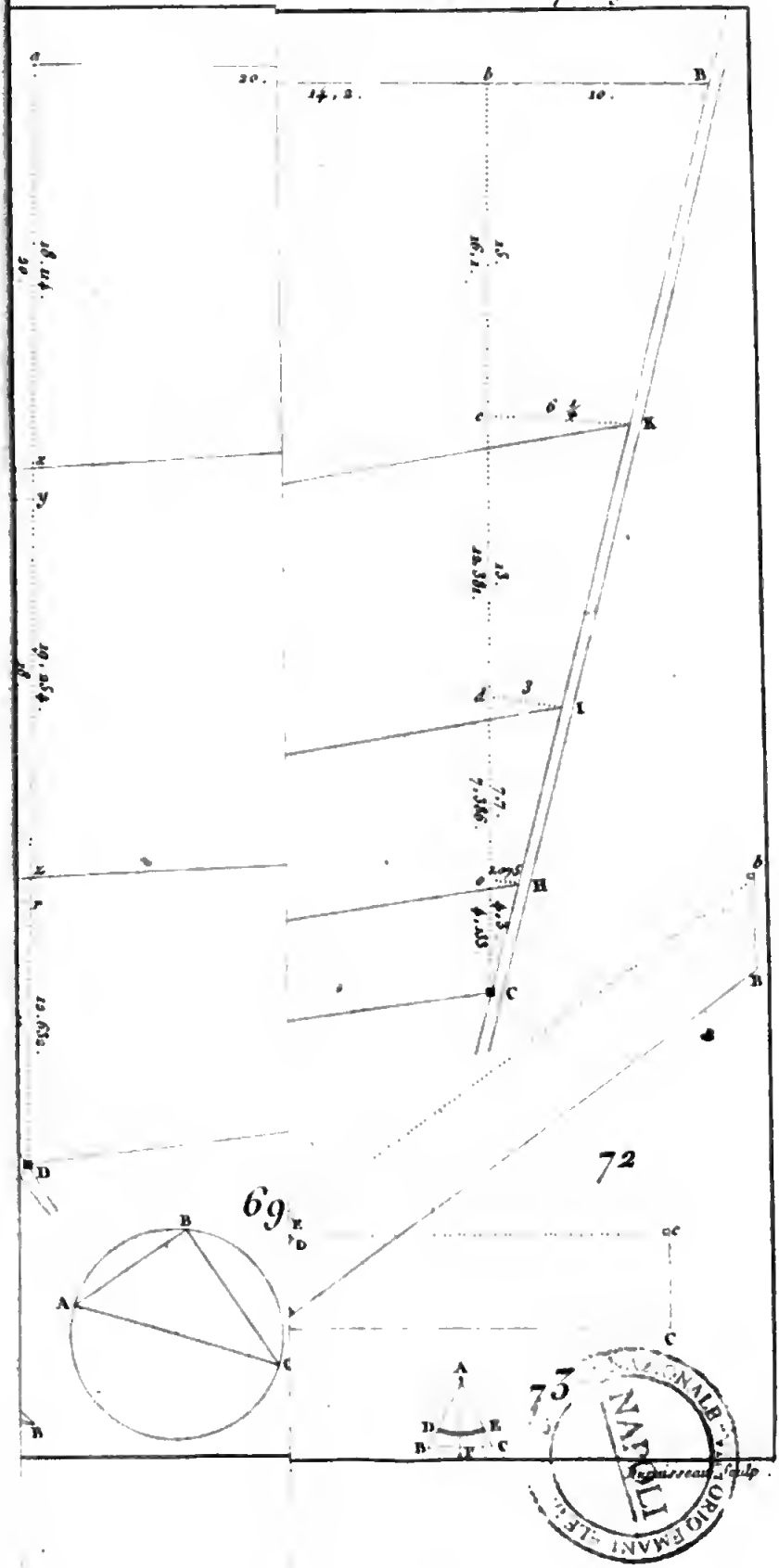

19
22
26
8
31
34
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
N


39
40
45
51
52
3
Normesseau Sculp.


Traité de l'Arpentage Pl. IV
56
57



NAPOLI



NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

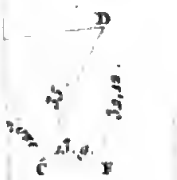
75

77

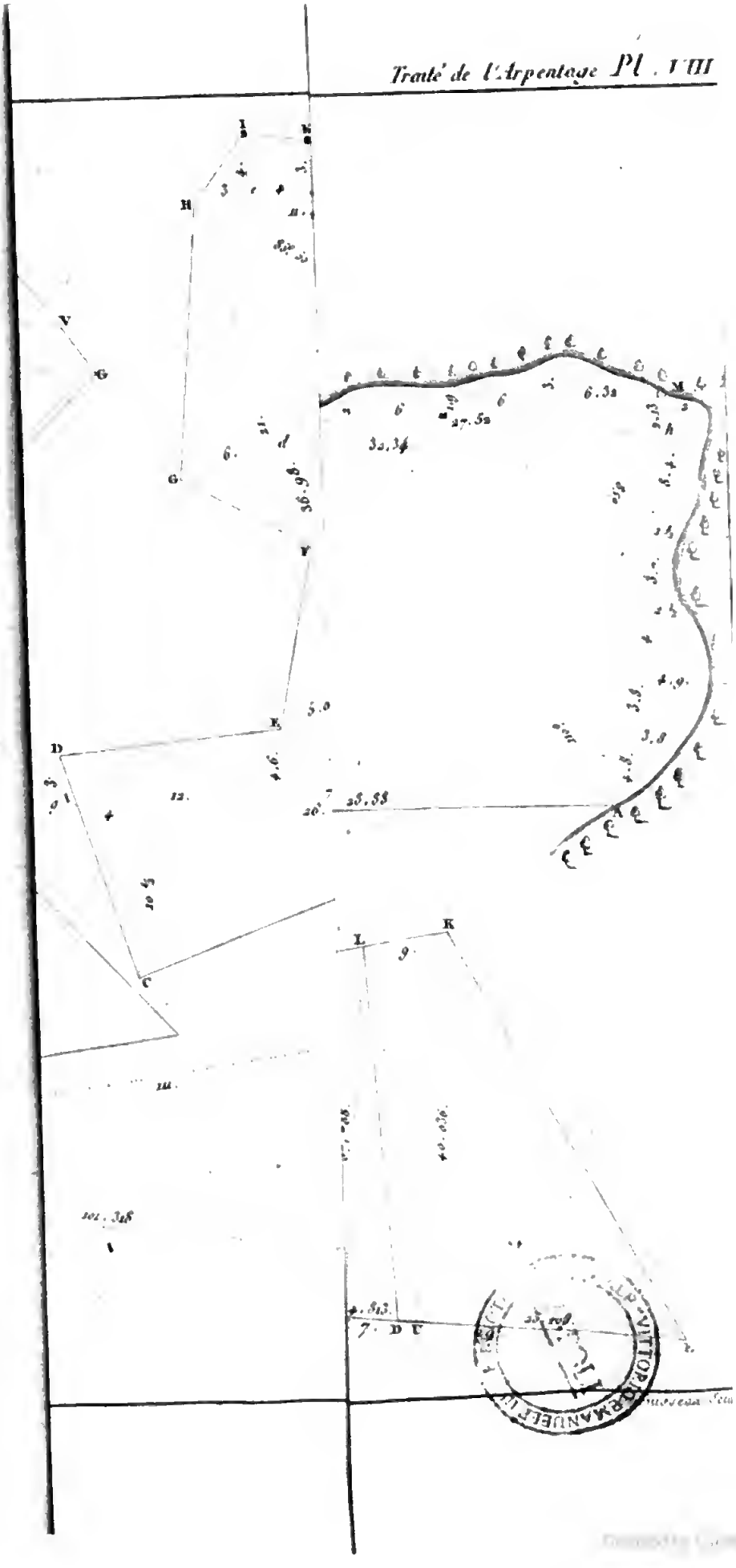
82

84

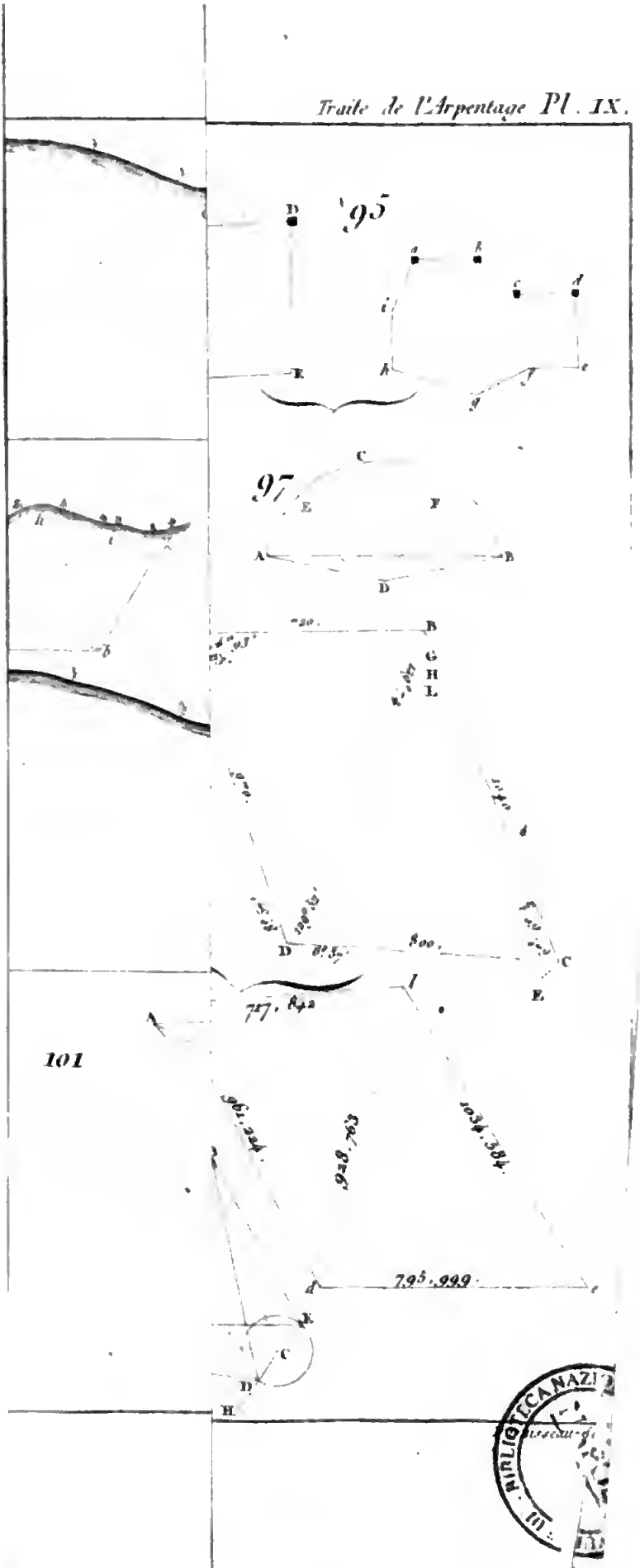
88



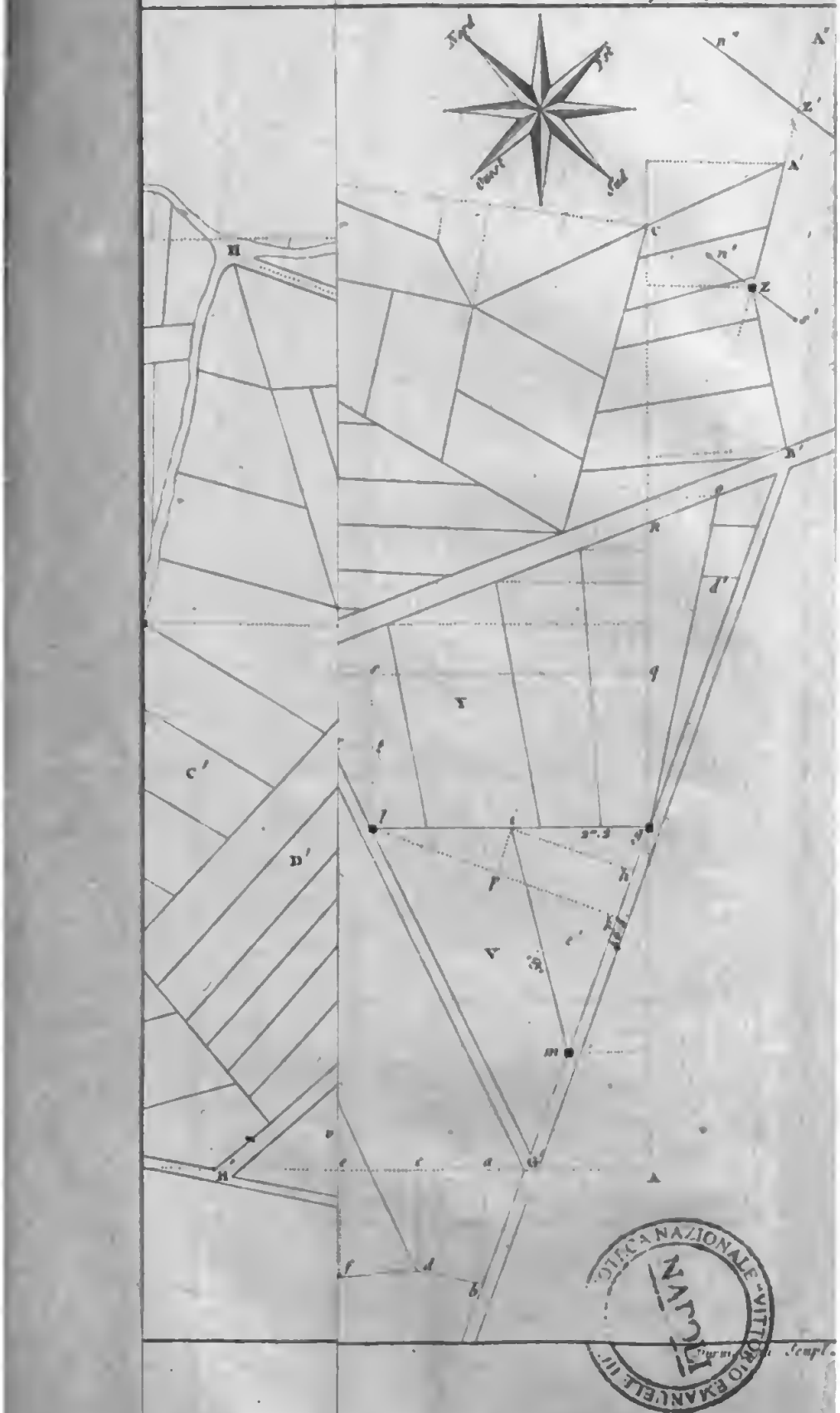
BIBLIOTECA NACIONAL



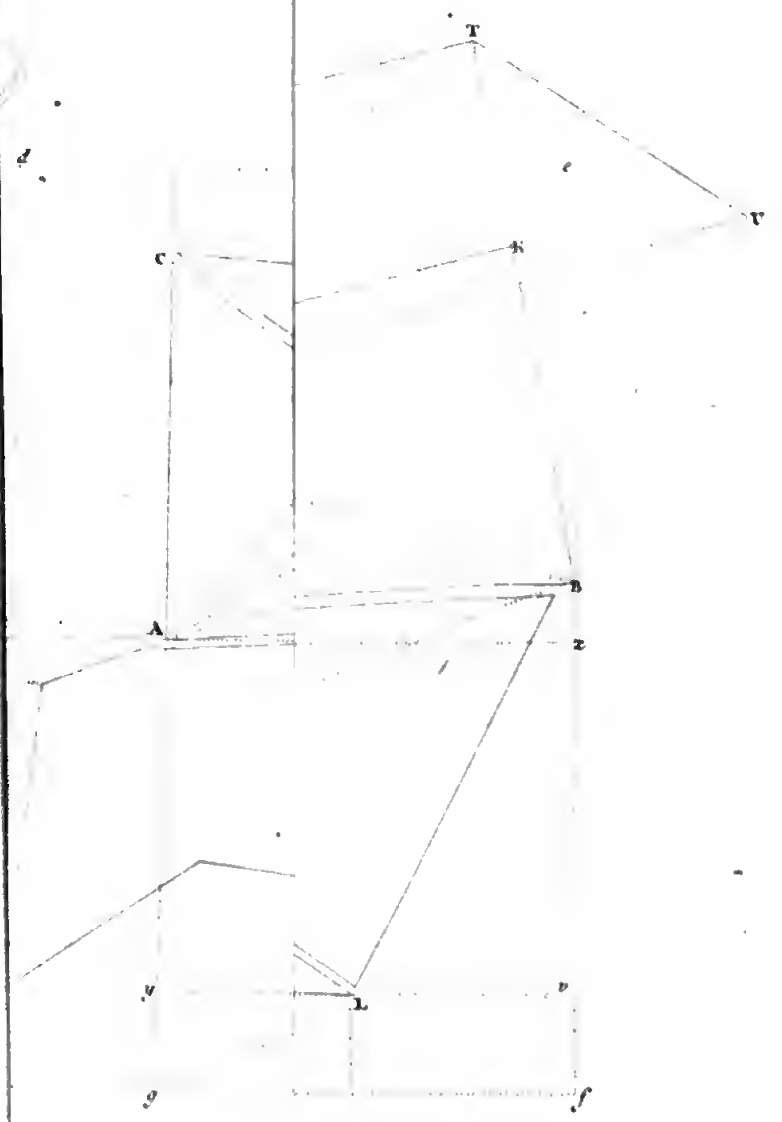
Digitized by Google



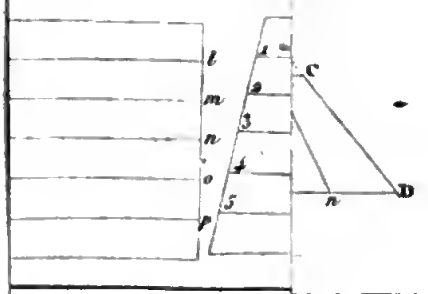
BIBLIOTECA NAZI

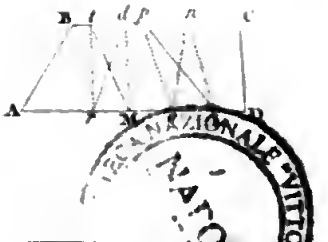


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI



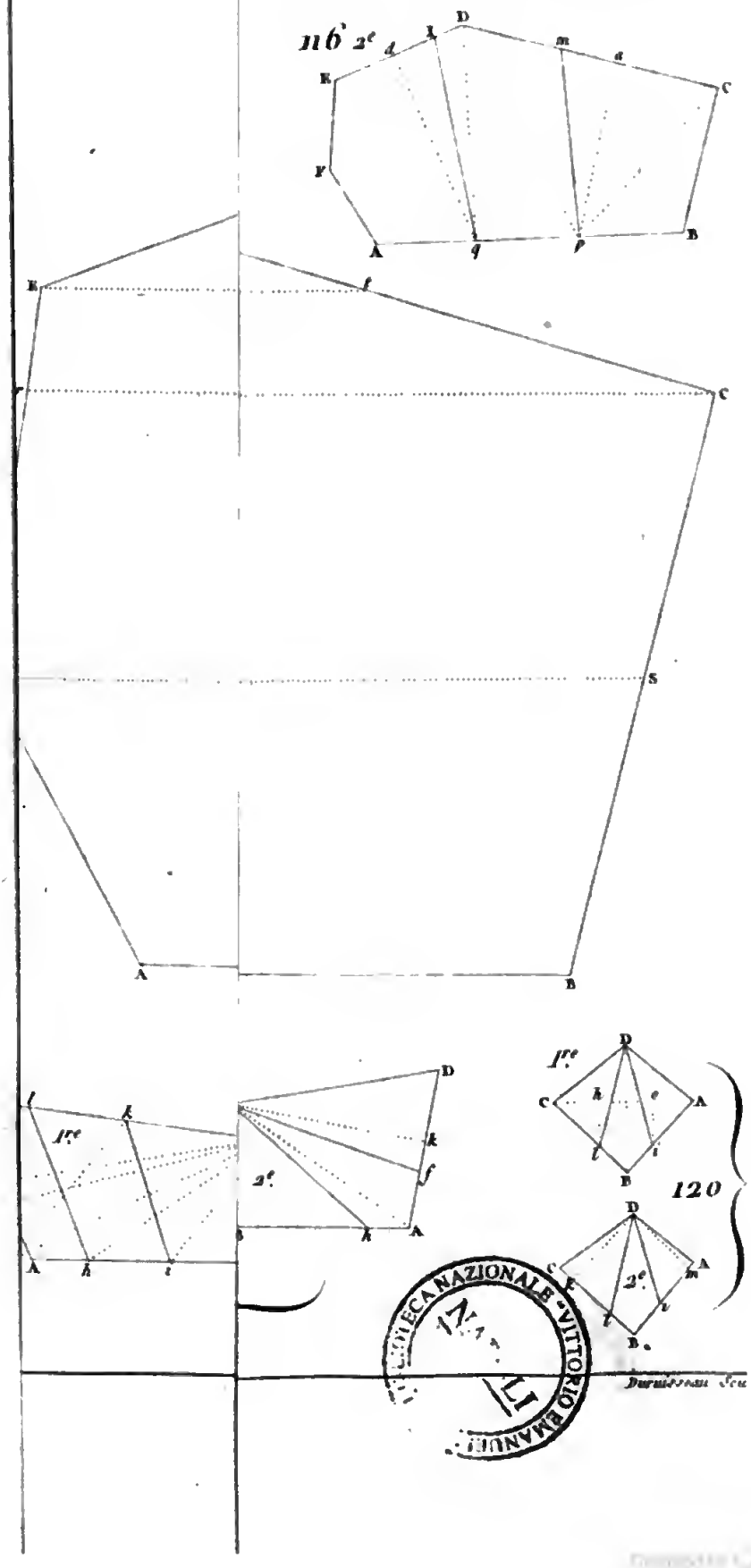
100 **113** **114**





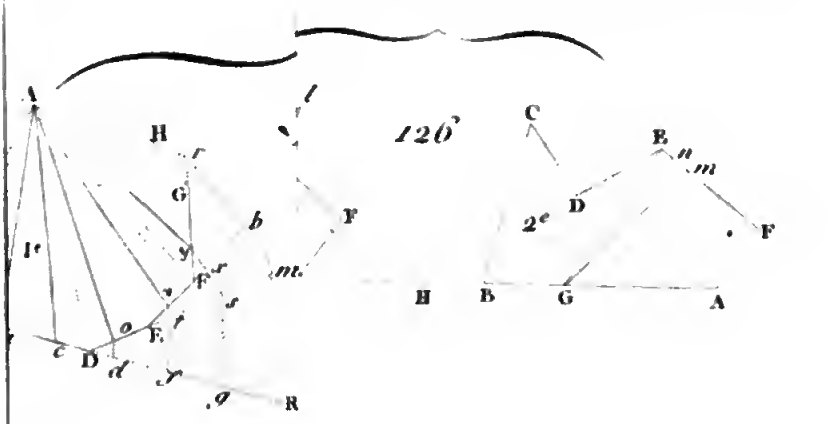
RACCOLTA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

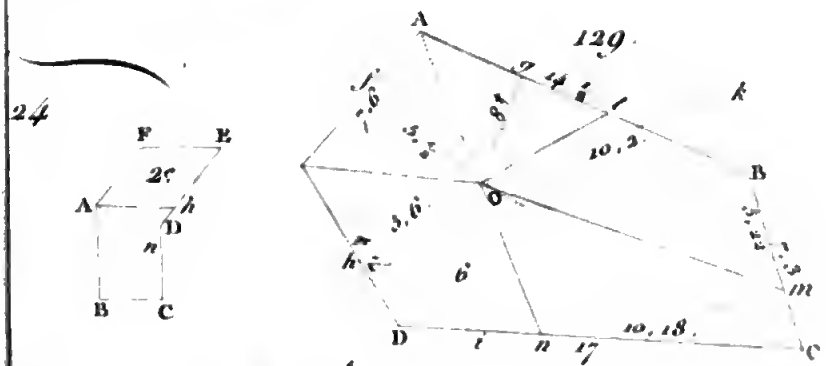
Dur[illegible]eau Sculp

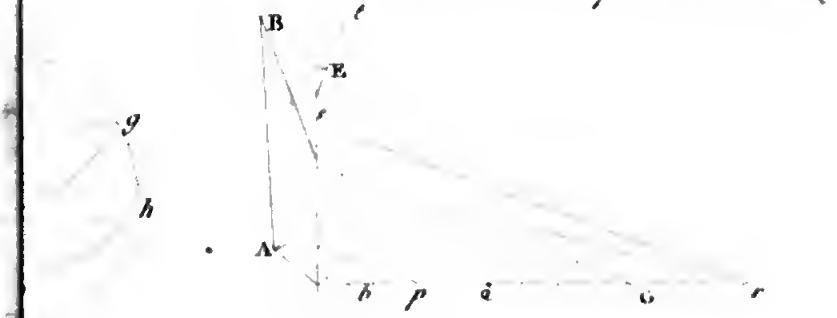


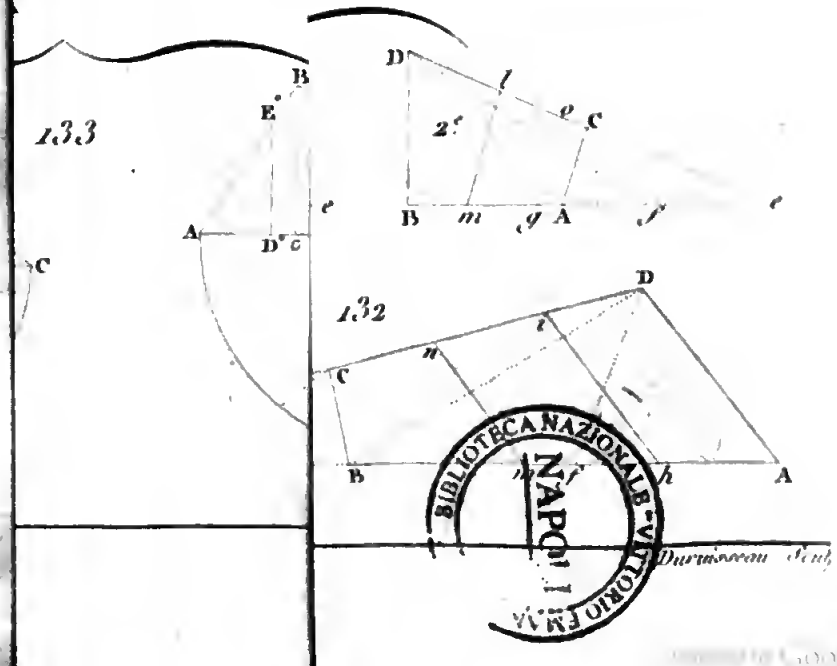
Duruisseau Sculp.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE NAPOLI





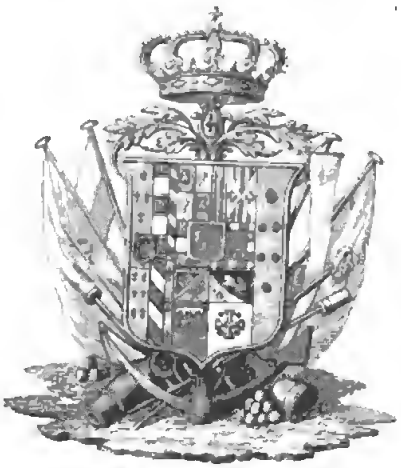




BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE NAPOLI

REALE OFFICIO TOPOGRAFICO

Armadio .



Scansia

N.°